

Commento alle lezioni sui sistemi di controllo di assetto per palloni stratosferici

Questa nota è un commento alle immagini presentate negli incontri avuti con gli studenti del corso di *Metodi dell' Astrofisica Spaziale*. Non pretende di essere un testo per intraprendere la progettazione di un sistema di controllo di assetto, ma solo di fissare le idee espresse durante la presentazione. Prego i lettori più attenti di segnalarmi gli strafalcioni che posso aver commesso, in modo che possa correggerli a beneficio di tutti.

Buon lavoro.

Giovanni Romeo

romeo@ingv.it

p.s. , dicembre 2007.

Sono ormai tre anni che faccio le stesse chiacchierate, aggiornandole con qualche nuova idea quà e là. In questo tempo non ho ricevuto nessun commento. Vedo tre spiegazioni: io sono perfettamente comprensibile, l'argomento è così semplice da non aver bisogno di chiarimenti oppure (cosa drammatica) l'argomento è così oscuro e la spiegazione così confusa che non sapete da che parte cominciare a far domande. In questo caso forse dovrei essere io quello scoraggiato. Utilizzate tranquillamente la posta elettronica per fare domande. Buon lavoro.

ACS

Attitude Control System

at-ti-tude (ăt'ĩ-tōōd', -tyōōd') *n.* **1.** A position of the body or manner of carrying oneself



Un sistema di controllo di assetto permette al nostro carico utile (si parla di carichi utili per palloni stratosferici) di orientarsi nella direzione voluta. Governare l'orientamento e conoscerlo deve essere fatto con grande precisione quando il carico utile ospita un telescopio. L'orientazione del payload di un pallone presenta vantaggi e svantaggi rispetto a quello di un satellite. Un vantaggio è che la presenza della gravità fornisce un aiuto all'orientamento; uno svantaggio è che la presenza dell'atmosfera residua (circa 1 mbar) può disturbare il sistema. Questi appunti comprendono considerazioni su sensori angolari, attuatori e teoria dei controlli. Ognuno di questi argomenti pretenderebbe molte ore di lezione. Questo a giustificazione dello scarso rigore di questa nota.

Ricetta per un buon ACS

- Teoria dei controlli
- Elettronica
- Meccanica razionale
- due uova



Che cosa bisogna sapere per progettare un sistema di controllo di assetto:

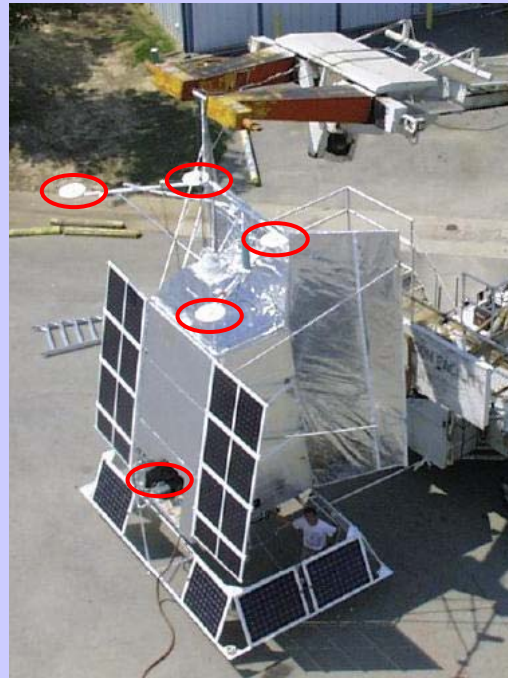
- teoria dei controlli: è lo studio dei sistemi reazionati, una serie di strumenti matematici e conoscenze tecniche che ci permettono di posizionare con precisione un manipolatore robotizzato, la testa di una fresatrice come l'angolo del nostro carico utile.
- Elettronica: come si può farne a meno? la utilizziamo per trattare i segnali, per trasferirli, per governare gli attuatori. Il concetto di trasduttore, un dispositivo che serve per trasformare una grandezza fisica in un'altra, adesso viene abitualmente interpretato come la trasformazione da grandezza fisica ad elettrica, sottintendendo una elettronica di elaborazione successiva.
- Meccanica razionale è troppo altisonante per i concetti semplici che verranno utilizzati: Fisica I è più che sufficiente.
- Le uova sono il riferimento al filmino che mostrerà in modo istintivo il funzionamento degli smorzatori passivi.

PEGASO launch, Svalbard 2004



Pegaso è un piccolo carico utile per misure geofisiche che ha volato sul cielo del polo Nord nell'agosto 2004. Non utilizzava un sistema di controllo di assetto e la sua orientazione variava liberamente. Dall'osservazione del suo moto vedremo quali perturbazioni un ACS deve essere pronto a stabilizzare.

Boomerang



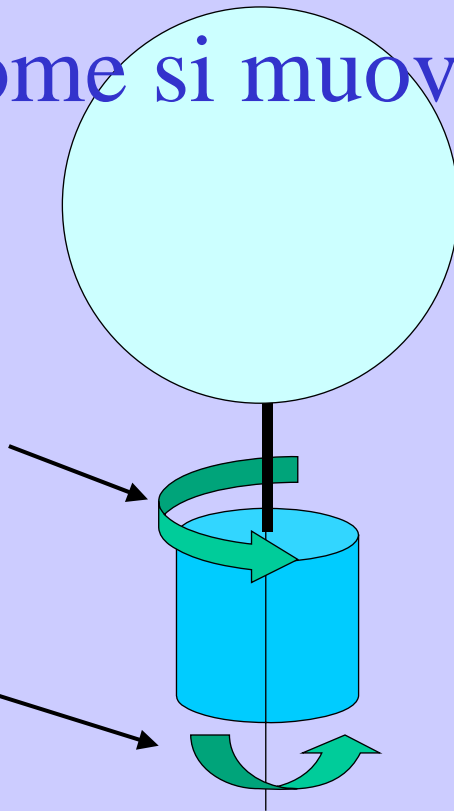
Queste sono due immagini della navicella di BOOMERANG.

A sinistra l'ellisse rosso evidenzia il volano per il controllo dell' azimuth. A destra il volano non è più visibile a causa della copertura. In alto sono evidenziate quattro antenne GPS che forniscono la posizione geografica e (utilizzando le differenze relative) l'angolo di orientazione. In basso, a sinistra, è evidenziato il sensore solare. La posizione del sole è nota conoscendo tempo e posizione geografica (dati ottenibili dal GPS) e, di conseguenza, dalla posizione del sole si può ottenere un'informazione sull'orientamento utilizzabile dall' ACS.

Come si muove ?

Può ruotare

Può dondolare



I movimenti che può fare una navicella appesa ad un pallone sono semplici: può ruotare sul proprio asse e può dondolare in una direzione arbitraria. Un ACS, per essere utile, deve riuscire a

- controllare la rotazione sull'asse.
- Opporsi alle oscillazioni

A che cosa servono le due uova



Luigi



Sara

Gli attriti interni dissipano l'energia del sistema, e le oscillazioni si smorzano

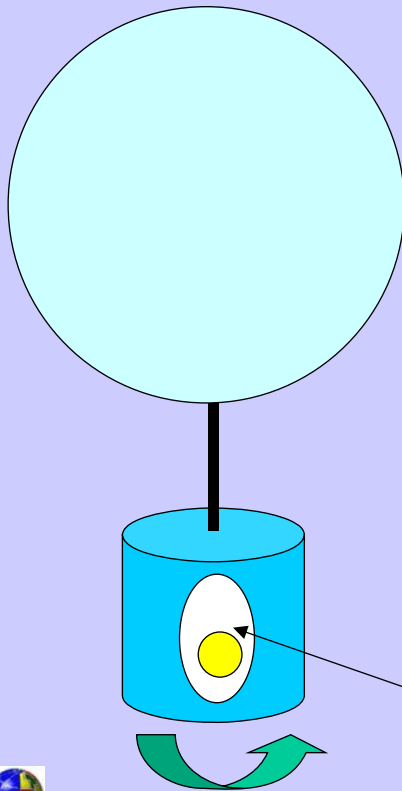


Il filmينو (purtroppo non visibile in questo documento) mostra mio figlio Luigi, a sinistra, che cerca di far mantenere in equilibrio un uovo facendolo ruotare su una delle estremità. Gli sono state fornite due uova, uno sodo ed uno crudo. Il filmينو mostra vari tentativi falliti di far mantenere in equilibrio l'uovo crudo, mentre la cosa è semplice per l'uovo sodo. Il motivo di questo è che la rotazione impressa al guscio si trasferisce con difficoltà all'interno fluido dell'uovo crudo: in pratica soltanto il guscio viene messo in rotazione, e rapidamente frenato dall'accoppiamento viscoso con l'interno ancora fermo. L'uovo sodo può essere considerato un solido: il movimento viene impresso a tutto l'uovo; non viene esercitata alcuna azione di frenamento, e l'uovo gira e sta in piedi come una trottola.

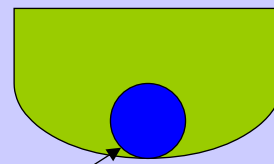
La parte relativa a Sara, a destra, non ha uno scopo didattico, ma io trovavo divertente l'entusiasmo che mostrava nel rompere le uova.

Ho scoperto dopo aver mostrato questo filmato che Geo e Geo aveva mostrato qualcosa di analogo. Peccato. Avevo pensato di essere originale.

Smorzatore di pendolamento



Un recipiente dal fondo semisferico, riempito di un fluido viscoso ospita una sfera di materiale ad alta densità, libero di rotolare sul fondo. I pendoli sono accoppiati e l'energia trasferita alla sfera viene dissipata dalla resistenza del mezzo.

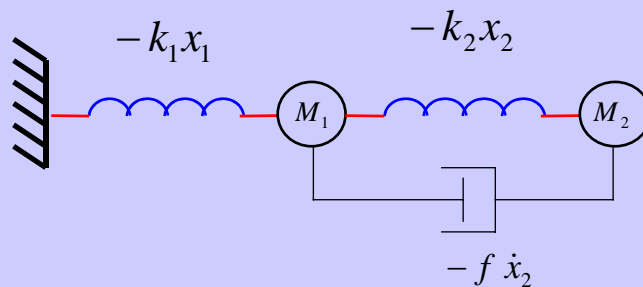


Smorzatore



Quello che viene inserito nei palloni per smorzare le oscillazioni non è esattamente un uovo, ma l'idea è quella: si tratta di un oscillatore smorzato da un fluido viscoso, inserito opportunamente nel carico utile. I due oscillatori sono accoppiati, e l'energia può trasferirsi da un oscillatore all'altro. Uno di questi, quello smorzato, dissipa l'energia che gli viene trasferita.

Complichiamo le uova



$$L=T-V$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} = 0$$

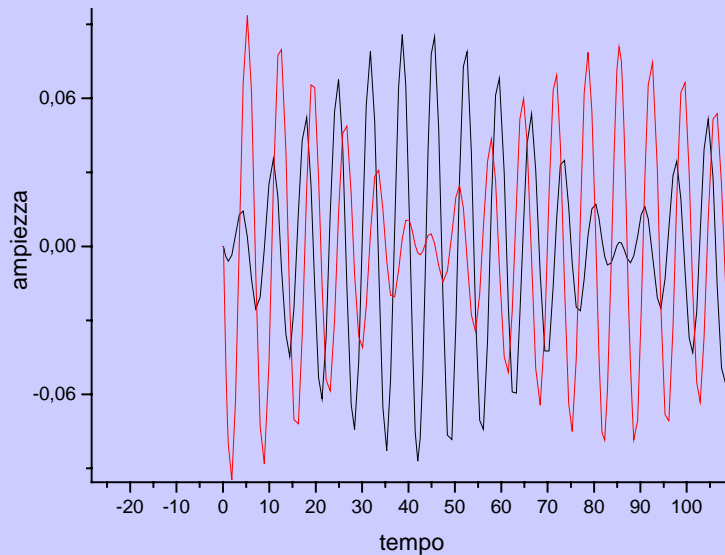
$$F = \frac{1}{2} \dot{x}_2^2 f$$



Le formule che appaiono nella figura vengono insegnate nel corso di Meccanica Razionale, e sono un metodo potentissimo per la risoluzione dei problemi di dinamica. Queste formule ci consentono di scrivere le equazioni per il sistema di masse e molle che approssima il problema reale del nostro sistema smorzato. Le figure successive sono i risultati di simulazioni che si riferiscono a differenti scelte operate sul sistema.

L'oscillatore K1-M1 è quello principale, quello che non possiamo smorzare, perché è proprio la gondola appesa al pallone. Il secondo oscillatore, K2-M2, ancorato al primo, lo facciamo a nostra discrezione, e quindi può essere smorzato. E' la rappresentazione schematizzata del nostro uovo.

Oscillatori alla stessa frequenza

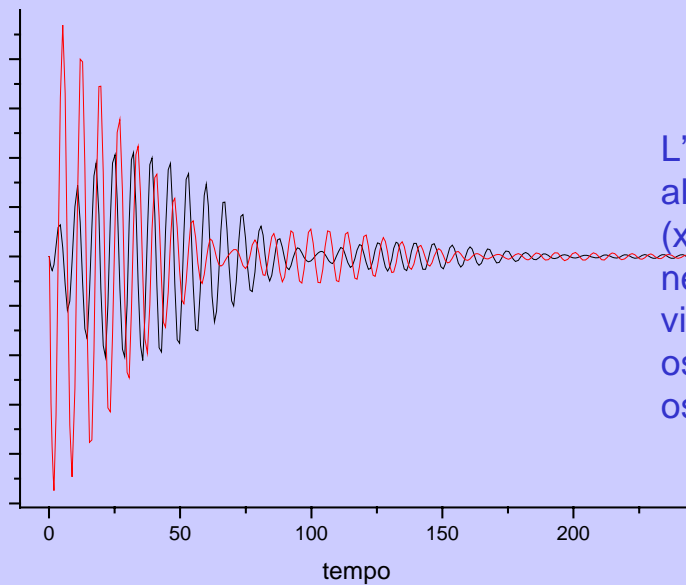


L'energia dell'oscillatore principale (x_1 , traccia rossa) si trasferisce all'oscillatore secondario (x_2) e viceversa.



Se gli oscillatori sono uguali l'energia rimbalza da un oscillatore all'altro. Questa possibilità di prelevare l'energia dall'oscillatore principale è importante: se la possiamo prelevare possiamo anche sbarazzarcene dissipandola in uno smorzatore! Siccome possiamo dissipare l'energia dell'oscillatore secondario quanta più energia possiamo trasferirgli, tanto più il nostro smorzatore sarà efficiente. Un grosso oscillatore secondario contrasta con i vincoli di peso generalmente imposti dalla progettazione di un payload stratosferico. Il compromesso tra peso ed efficienza è alla base del progetto di un buono smorzatore.

Oscillatore secondario smorzato

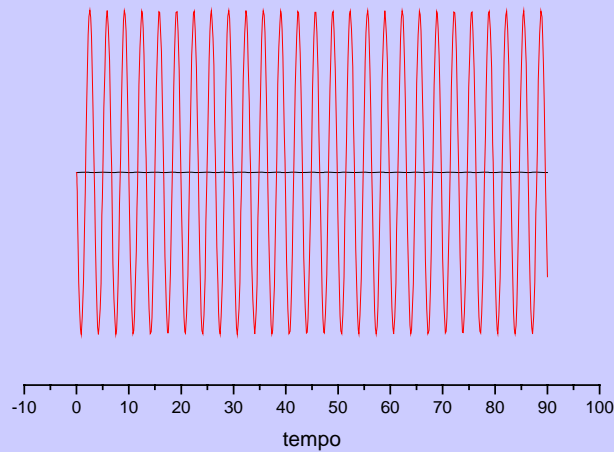


L'energia trasferita all'oscillatore secondario (x2, traccia nera), dissipata nell'ammortizzatore, non viene restituita all'oscillatore primario, le cui oscillazioni si smorzano



Ecco che cosa succede smorzando l' oscillatore secondario. Il trasferimento di energia tra i due oscillatori avviene come nel caso precedente, ma l' energia viene restituita dal secondario al primario in misura ridotta. Questo porta, dopo alcuni passaggi, all' estinzione delle oscillazioni dell'oscillatore primario.

Oscillatore secondario sovrasmorzato



L'energia non viene trasferita in un oscillatore secondario sovrasmorzato (taccia orizzontale nera) e l'oscillatore primario oscilla indisturbato.



Non bisogna eccedere nello smorzare l' oscillatore secondario: un oscillatore troppo smorzato, un ammortizzatore $-f \dot{x}_2$ troppo 'duro' impedisce alla molla $-k_2 x_2$ di elongarsi (o contrarsi), ed il trasferimento di energia tra i due oscillatori non avviene.

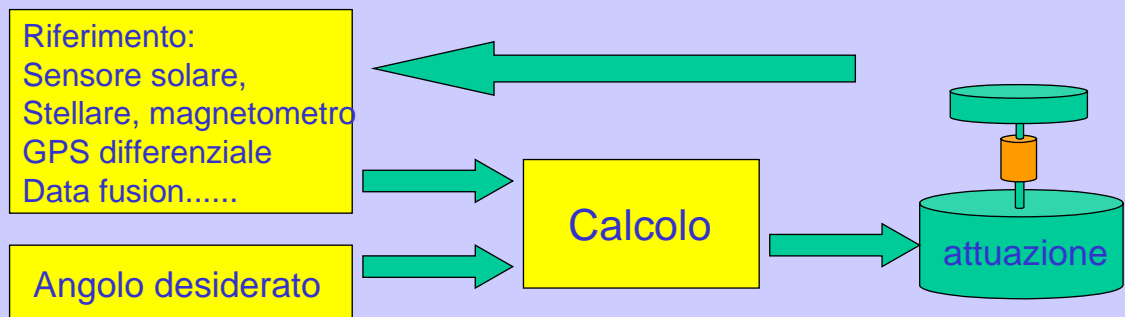
Un solo angolo (buon per noi!)

Tutte le parti mobili non debbono spostare il baricentro, così da non innescare nuove oscillazioni, e ci rimane da fissare una sola variabile, riducendo la complessità del sistema. Come facciamo a ruotare il nostro carico utile, non avendo appigli? (siamo appesi ad un filino e praticamente nello spazio!). E' comunque quello che fate puntando il vostro telescopio dalla Terra, ma la massa del pianeta è un pochino più grande di quella dell'astronomo medio, telescopio compreso.



L' inserimento di uno smorzatore ci permette di considerare risolto il problema del pendolamento. Ovviamente, progettando il resto del sistema, dobbiamo prestare attenzione in modo che il movimento di parti meccaniche, necessario per il funzionamento della gondola, non turbi troppo l'assetto del sistema o le sue caratteristiche meccaniche (spostare il baricentro o modificare troppo il momento di inerzia) e non innesci oscillazioni.

Lo scheletro dell' ACS



L'ACS è un sistema reazionato: un sensore ci restituisce l'orientamento angolare, questo viene comparato con i dati restituiti dal sensore angolare ed agisce su un attuatore modificando l'assetto della gondola.

Naturalmente questo cambia il valore rilevato dal sensore angolare: questo processo opera una continua correzione dell'assetto.



La figura mostra l'architettura di un ACS: noi imponiamo l'angolo desiderato, il sistema rileva, con i diversi mezzi che ha a disposizione l'effettiva orientazione angolare ed agisce sul meccanismo di attuazione finchè l'angolo rilevato (dai sensori) non coincide con l'angolo imposto (dalle esigenze dell'esperimento)

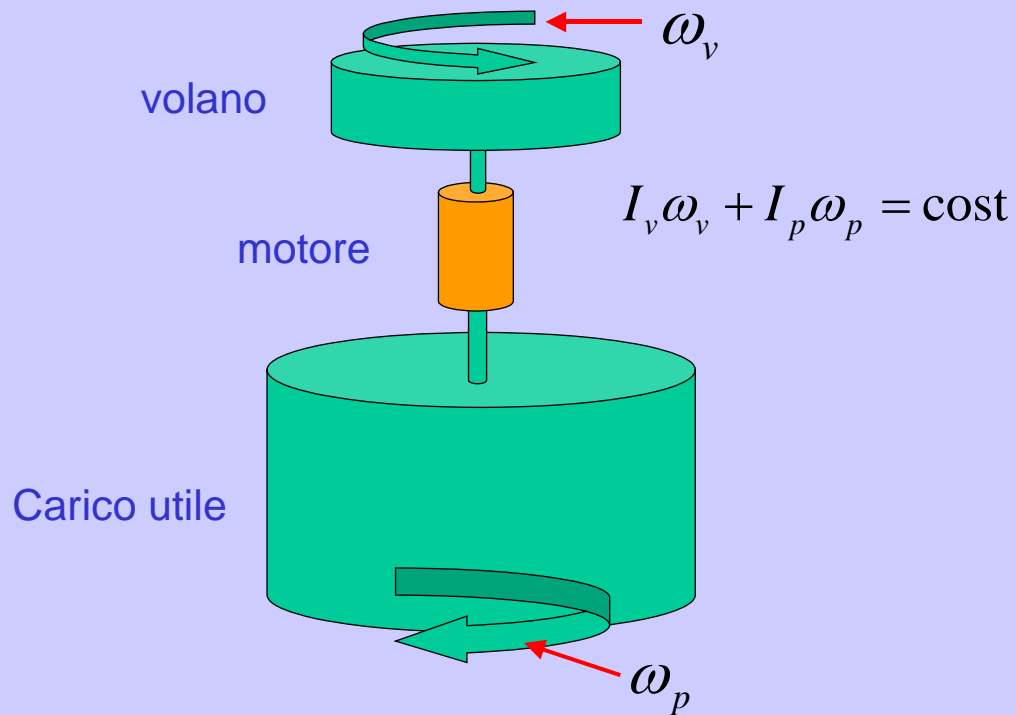
Studio degli ingredienti

- La rilevazione dell'angolo è un'arte in se, e può usare svariate strategie, dalla rilevazione di una singola grandezza fisica all'integrazione di più misure (data fusion)
- La definizione dell'angolo desiderato viene dalle esigenze dell' esperimento.
- Il calcolo tiene conto delle necessità della correzione geografica e temporale, e delle caratteristiche di compensazione per un posizionamento stabile e corretto (teoria dei controlli)
- L'attuazione tiene conto delle caratteristiche meccaniche del carico, e coinvolge meccanica ed elettronica di potenza



Delle strategie di 'data fusion' è stato dato un esempio durante la lezione: il segnale di un GPS fornisce una precisa indicazione della posizione, ma con misure ad intervalli discreti di tempo. Un accelerometro integrato due volte fornisce una misura continua della posizione, ma è soggetto ad errori di integrazione sia iniziali che di funzionamento. Mentre potremmo ipotizzare (almeno teoricamente) di compensare le condizioni iniziali all'avviamento del sistema, più difficile sarebbe tener conto degli errori durante il funzionamento: che cosa succede del piccolo offset del nostro pur preciso accelerometro dopo una doppia integrazione per tempi lunghi? andrebbe sicuramente incontro alla saturazione. Ma, se riuscissimo a correggerlo periodicamente potremmo godere dei vantaggi di una indicazione continua della posizione; ovviamente dovremmo produrre questa correzione prima di avere un errore maggiore dei limiti accettabili dalle esigenze del progetto. In questo modo le misure prodotte dal GPS, precise ma discontinue, possono essere fuse con quelle dell'accelerometro, imprecise per tempi lunghi, ma continue, in modo da ottenere un dato preciso e continuo nei limiti dell'errore accettabile.

Momento della quantità di moto



La figura illustra il principio meccanico del sistema di controllo dell'angolo: visto che non abbiamo nulla a cui aggrapparci nello spazio (in realtà questo non è del tutto vero, perchè non siamo nel vuoto assoluto) possiamo utilizzare la conservazione del momento della quantità di moto per orientare il carico utile, facendo girare nella direzione opposta un volano, collegato al carico utile attraverso un motore.

Scelta delle parti

La parte critica dell'ACS è la **meccanica di attuazione**: non si tratta di numeri su un foglio ma di meccanica ed elettronica di **potenza**. In questo caso il parametro critico è la **velocità** con la quale vogliamo il sistema risponda.

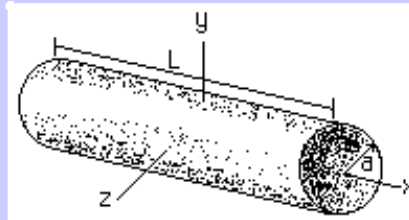
Questo implica un forte dispendio di potenza, che bisogna assicurarsi di poter erogare senza disturbare troppo il resto del carico utile.

Bisogna tener conto della **massima velocità di rotazione** del volano collegato al motore; alte velocità permettono di avere un volano con un piccolo momento, più leggero, ma pretendono **più energia**, che richiede più **peso**. In ogni costruzione spaziale il peso incide pesantemente sul **costo**.



Forse dire che la meccanica è la parte più critica è concettualmente sbagliato. Certo è quella sulla quale non ci è concesso di commettere troppi errori: mentre è semplice immaginare di cambiare una procedura di calcolo nell'elettronica di controllo (che adesso facciamo facilmente cambiando il software di un DSP, senza neanche farci male col saldatore), molto più difficile (e costoso) è modificare una meccanica mal dimensionata. Quindi, benchè il sistema reazionato oggetto del nostro studio sia un insieme che comprende parti meccaniche ed elettriche, la meccanica deve essere considerata prioritaria e in buona parte dei casi l'elettronica dovrà seguirne le esigenze.

Momento di inerzia del cilindro



Moments of Inertia:

$$\frac{1}{2} \cdot \text{mass} \cdot a^2$$

About the x -axis

$$\frac{1}{12} \cdot \text{mass} \cdot (3 \cdot a^2 + L^2)$$

About the y - or z -axis

Le stime che faremo considerano il carico utile come un cilindro libero di ruotare sul suo asse.

4 conti...

I grossi payloads con telescopi e criogenia a bordo possono pesare circa 1 t. Se li approssimiamo ad un cilindro con il raggio di 1 m possiamo calcolare l'energia che ci vuole per ottenere una rotazione alla ragionevole velocità di 5°/s:

$$E_p = \frac{1}{2} I_p \omega_p^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M_p r^2 \right) \omega_p^2 \approx 1.9 J$$

Che fa, intanto, il volano? Assumiamo che pesi 10 volte meno del carico utile, 100 Kg, e che abbia lo stesso raggio

$I_v \omega_v = -I_p \omega_p$ La velocità è 10 volte maggiore, e l'energia

$$E_v \approx 19 J$$



...per dimensionare i componenti

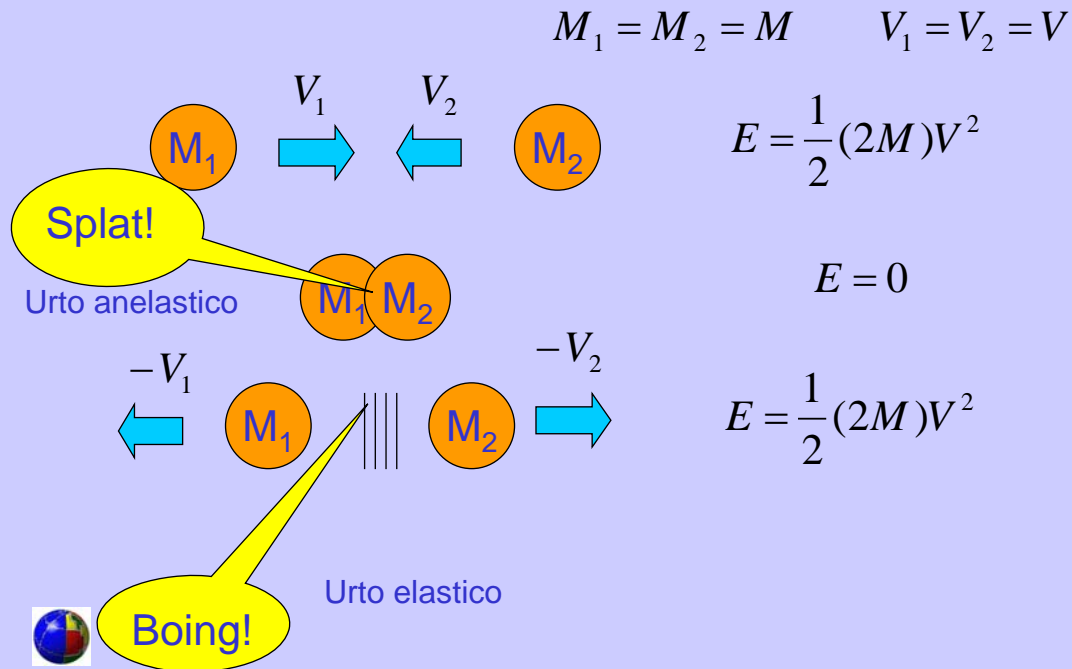
Generalmente le scansioni del cielo sono effettuate a velocità costante, l'angolo della gondola ha un andamento triangolare. Quello che è importante è che la velocità angolare sia mantenuta costante nel tratto di interesse, mentre ai vertici del triangolo, dove è necessario effettuare l'inversione di velocità è accettabile un errore. La somma delle energie del volano e della gondola è dell'ordine di 20J. Se vogliamo che sia fornita in 1 s dobbiamo disporre di una potenza di almeno 20W. Dobbiamo anche tener conto che bisogna frenare il moto della gondola e imprimere nuovamente l'energia. Questo implica un dispendio energetico doppio.



Ma non ci avevano detto che...

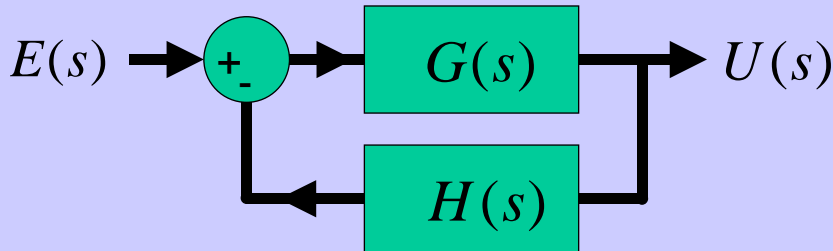
...l'energia si conservava?

E' vero, ma lo fa nel modo che preferisce (a meno che non la aiutiamo)



L'immagine rappresenta due masse che si scontrano. Sappiamo che la quantità di moto si conserva, ma l'energia si conserva solo nel caso di urto elastico. Nel caso di urto anelastico l'energia si perde. La stessa cosa avviene per i due volani accoppiati che rappresentano il payload con ACS. L'idea dell'urto elastico per invertire le velocità di rotazioni dei volani potrebbe essere utilizzata se ci si accontentasse di una scansione triangolare. Basterebbe ingaggiare una molla tra i due volani con una frizione per ottenere una efficiente inversione della velocità. Normalmente si pretendono scansioni di forma più complessa, e difficilmente si può pensare di utilizzare un sistema di recupero di energia meccanico.

Schema classico di sistema reazionato



$$U(s) = E(s) \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



La figura illustra la classica rappresentazione di un sistema reazionato. Il sistema risponde ad un'eccitazione $E(s)$ con una risposta $U(s)$ (s è la variabile di Laplace).

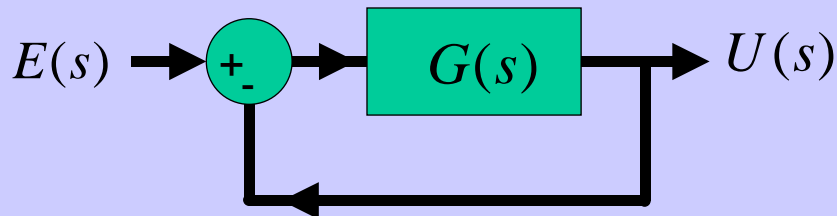
Il coefficiente

$$\frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

che lega l'ingresso all'uscita è detto funzione di trasferimento. Naturalmente non è un coefficiente, ma un operatore. Se lo osserviamo confrontandolo con la figura vediamo che $G(s)$ opera il trasferimento dall'operatore differenza all'uscita. Generalmente la parte da controllare è inclusa in $G(s)$. Il blocco $H(s)$ è ciò che scegliamo di aggiungere per sagomare la risposta del sistema completo alle nostre esigenze. Possiamo notare che se riuscissimo ad ottenere $G(s)H(s) \gg 1$ allora la funzione di trasferimento potrebbe essere approssimata da $1/H(s)$ e cioè non dipenderebbe più dal sistema da controllare, ma dal blocco di retroazione. Questo possiamo progettare a nostro piacimento. Purtroppo molte limitazioni fisiche si oppongono spesso a questa semplice considerazione.

L'ultima parte di questo documento è una sommaria descrizione della trasformata di Laplace (senza alcuna pretesa di rigore) che sicuramente farà riaffiorare alla memoria del lettore le nozioni già apprese in qualche insegnamento precedente. Chiunque abbia provato un minimo di perplessità vedendo apparire la variabile s dovrebbe darla un'occhiata a questa parte prima di proseguire la lettura.

Perchè un sistema reazionato è importantissimo?



Il sistema $G(s)$ ha come ingresso la differenza tra l'eccitazione e l'uscita; il sistema si porrà nelle condizioni di rendere minima questa differenza. L'uscita viene indotta a seguire l'ingresso a dispetto di $G(s)$



Un altro modo di vedere un sistema reazionato. Porre ad uno il blocco di reazione evidenzia come il sistema agisca per rendere nulla la differenza tra il riferimento e l'uscita del blocco $G(s)$. In alcuni casi fortunati (per esempio se $G(s)$ è un semplice integratore) una reazione di questo tipo può funzionare.

Perchè:

Se $G(s)$ ci viene imposto da esigenze di costruzione (nel nostro caso un carico che gira appeso ad un palloncino) possiamo indurlo a comportarsi in modo che, in uscita, riproduca $E(s)$. Naturalmente ci sono molte ricette per farlo. Una di queste è la scelta opportuna di $H(s)$. Altre si ottengono mettendo in serie a $G(s)$ un altro blocco funzionale correttivo



Purtroppo non sempre funziona subito...

$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (s - z_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} (s - p_i)}$$

F(s) rappresenta la funzione di trasferimento del sistema reazionato. Il denominatore è responsabile del comportamento di F(s). Radici a parte reale positiva determinano un comportamento divergente, mentre coppie complesse coniugate determinano un comportamento oscillante. Una opportuna manipolazione di H(s) è di solito sufficiente per indurre il sistema a fare quello che vogliamo.



Qui la funzione di trasferimento è stata scritta in modo da evidenziare il carattere polinomiale di numeratore e denominatore. Un contributo fondamentale all'andamento della antitrasformata di F(s), f(t), è la posizione dei poli p_j del denominatore.

Il motore elettrico...

Possiamo schematizzare un motore come un convertitore corrente-coppia. Se applichiamo una corrente al motore esso produce una coppia, a meno di una costante di proporzionalità.

$$M(i(t)) = a \cdot i(t)$$

Se il carico del motore è un corpo (vincolato solo al motore) con momento di inerzia I , le grandezze che caratterizzano il moto del rotore saranno:

$$\dot{\omega} = \frac{M}{I} \qquad \alpha(t) = \iint \frac{ai(t)}{I} dt$$



E' sembrato utile spendere qualche figura sul motore elettrico, visto che è un componente fondamentale. Qui si parla di motori ideali a spazzole e magneti permanenti, e le leggi che li regolano sono desumibili dalle forze che operano su un conduttore percorso da corrente immerso in un campo magnetico.

...di solito viene considerato un integratore

Un motore è anche un generatore: ai suoi capi si produce una tensione proporzionale alla velocità; quando la tensione ai capi è uguale alla tensione di alimentazione la corrente non scorre più e la velocità è costante (almeno in un motore ideale). Questo legame tra la tensione di alimentazione e la velocità fa sì che il motore possa essere considerato un integratore (nel senso che l'angolo di uscita è proporzionale all'integrale della tensione sul motore):

$$\omega(t) = b \cdot v(t) \qquad \alpha(t) = \int b \cdot v(t) dt$$

Ovviamente questa approssimazione vale nel caso che il motore assuma istantaneamente la velocità legata alla tensione di alimentazione, il che non è: la velocità di regime legata ad una tensione viene raggiunta con una legge esponenziale; questa approssimazione può essere usata soltanto se il tempo che impiega il motore per raggiungere la velocità di regime per una alimentazione a tensione costante è trascurabile rispetto alle costanti di tempo del resto del sistema.

Dimensioni dei coefficienti dei motori

forza corrente

$$f = a \cdot I$$

Coefficiente motore

$$\frac{[l][m]}{[t]^2} = [a][A]$$

tensione velocità

$$V = b \cdot v$$

Coefficiente generatore

$$\frac{[l]^2[m]}{[A][t]^3} = [b] \frac{[l]}{[t]}$$

$$\frac{[l][m]}{[t]^2[A]} = [a] = [b]$$

Le dimensioni dei coefficienti motore e generatore sono le stesse

Quanto valgono?

$$f = c \cdot I$$

$$V = b \cdot v$$

$$I = \frac{f}{c}$$

$$I \cdot V = \frac{f}{c} b \cdot v = f \cdot v \frac{b}{c}$$

Il prodotto corrente*tensione e forza*velocità sono due modi per esprimere la stessa potenza, quindi $b=c$. Naturalmente la stessa cosa vale sostituendo alla forza una coppia ed alla velocità una velocità angolare.

L'equivalenza dei due coefficienti è stata evidenziata perchè, oltre a semplificare i calcoli aiuta a caratterizzare un motore semplicemente misurando solo coppia e corrente o velocità e tensione.

perchè odio alimentarlo a tensione costante (1)

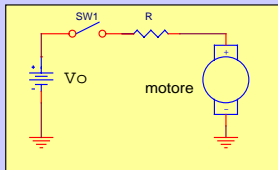
$$M = ki \quad \omega = \frac{v}{k}$$

Momento in funzione della corrente
e tensione in funzione della velocità

2° principio
della dinamica

$$\omega(t) = \int \frac{M(t)}{I} dt \quad \frac{v(t)}{k} = \int \frac{ki(t)}{I} dt$$

Se alimentiamo il motore attraverso una resistenza R da una tensione costante V_0 otteniamo:



$$v(t) = \frac{k^2}{I} \int \frac{v_0 - v(t)}{R} dt$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{k^2 v_0}{IR} - \frac{k^2}{IR} v(t)$$



perchè odio alimentarlo a tensione costante (2)

$$sV(s) + \frac{k^2}{IR} V(s) - \frac{k^2 v_0}{IRs} = 0 \quad V(s) = \frac{k^2 v_0}{IRs} \left(\frac{IR}{(IRs + k^2)s} \right)$$

$$v(t) = v_0 \left(1 - e^{-\frac{k^2}{IR} t} \right) \quad \text{Questo rappresenta l'andamento della tensione ai capi del motore}$$

L'espressione dell' energia dissipata sulla resistenza è

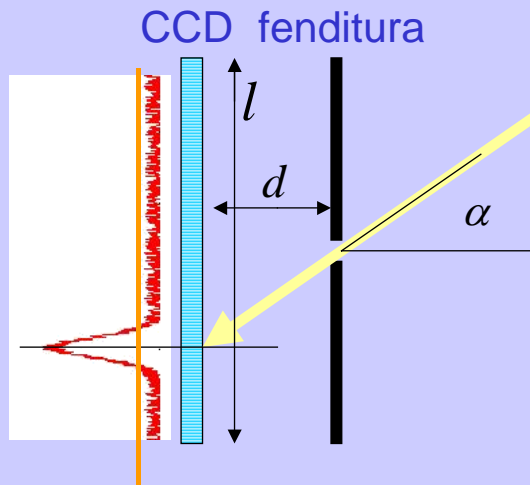
$$\int_0^\infty \frac{(v_0 - v(t))^2}{R} dt = \frac{v_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-\frac{2k^2}{IR} t} dt = \frac{v_0^2 I}{2k^2}$$

Che coincide con l'energia cinetica del motore: $\frac{1}{2} I \omega^2$

Queste due immagini mostrano quanta energia si perde ogni volta che azioniamo un motore con un gradino di tensione, in pratica tutte le volte che accendiamo una qualsiasi utenza contenente un motore. È una curiosità ma pone l'accento sulle perdite di rendimento che possono annidarsi quì e là nel progetto di un ACS dove la velocità del motore deve necessariamente variare di continuo. Basso rendimento non significa soltanto perdita di energia, ma calore che va dissipato, del quale bisogna tenere conto.

Sensore solare a CCD (principio)

Come troviamo l'angolo di orientamento?



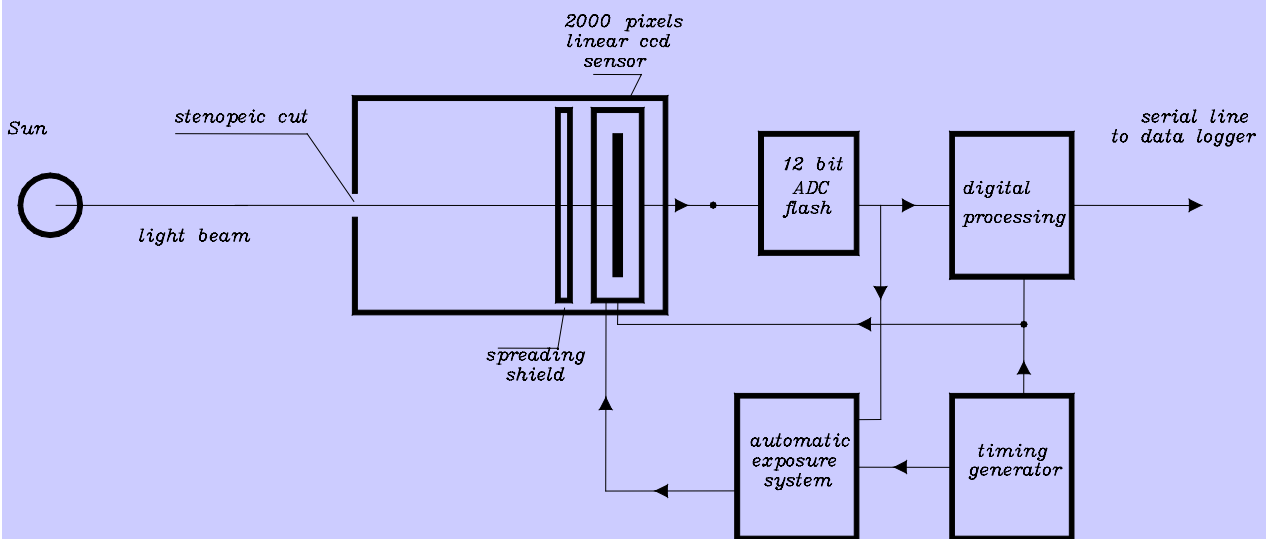
$$\alpha = \arctan\left(\frac{x}{d}\right)$$

$$x = \frac{l}{2} - \frac{\sum_{n=1}^N L(n) \cdot n}{\sum_{n=1}^N L(n)}$$

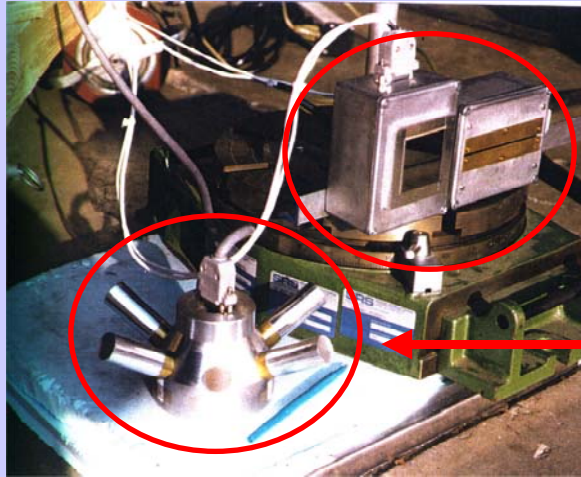
$L(n)$ viene calcolata tagliando il rumore
(linea di soglia arancione) che sposterebbe
il baricentro al centro della CCD



Sensore solare a CCD (schema)



Sensori BOOMERanG



Sensore fine a CCD

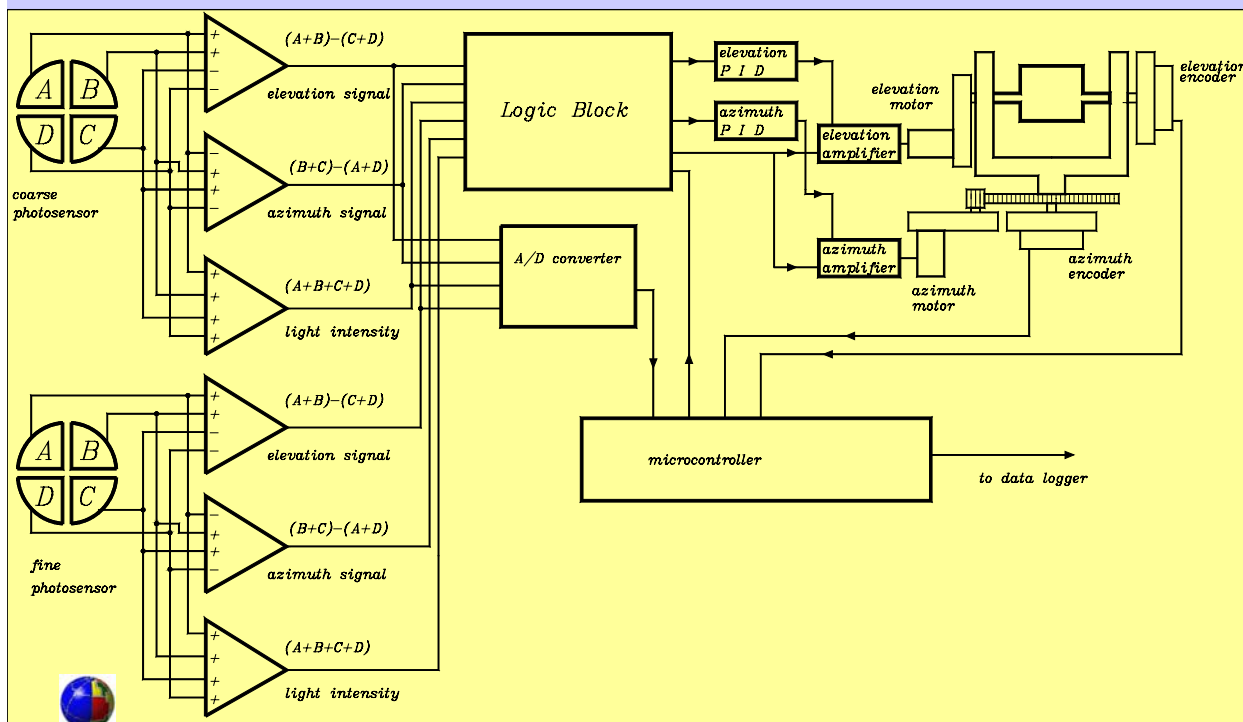
Sensore grossolano



Le figure illustrano il principio di funzionamento di un sensore solare basato su un sensore CCD. Questo sensore restituisce il valore dell'angolo α tra l'asse dello strumento e la direzione della radiazione solare. La CCD usata è una CCD lineare, come quella utilizzata negli scanner. Quella che nella foto appare come un foro che lascia passare la luce del sole in realtà è una fenditura lunga e sottile. L'immagine del sole che si forma, come in una camera oscura, sul piano nel quale abbiamo disposto la CCD, è una linea luminosa, e la lunghezza della CCD è ortogonale ad essa, in modo che, qualunque sia la posizione del sole la CCD intercetti sempre la linea. Con due sensori di questo tipo, ortogonali fra loro, possono essere misurati elevazione ed azimuth del sole.

L'aver deciso di utilizzare il baricentro anzichè altri metodi di elaborazione (per esempio la determinazione del pixel più illuminato) è legato all'aumento della precisione ed alla semplicità di calcolo. L'aumento della precisione è intuibile considerando che il calcolo del baricentro tiene conto dell'informazione proveniente da molti pixel, e questo giova alla precisione della misura. Secondo questo principio, quanto più è sottile la lama di luce che incide sulla CCD, tanto minore è la risoluzione del sistema: per questo (come mostrato nello schema) è stato aggiunto un filtro diffusore per allargare la lama di luce sulla CCD. La fotografia mostra la realizzazione dello strumento: sono visibili i sensori di elevazione ed azimuth, quest'ultimo protetto da un filtro attenuatore per la radiazione incidente.

Sensore solare elettromeccanico



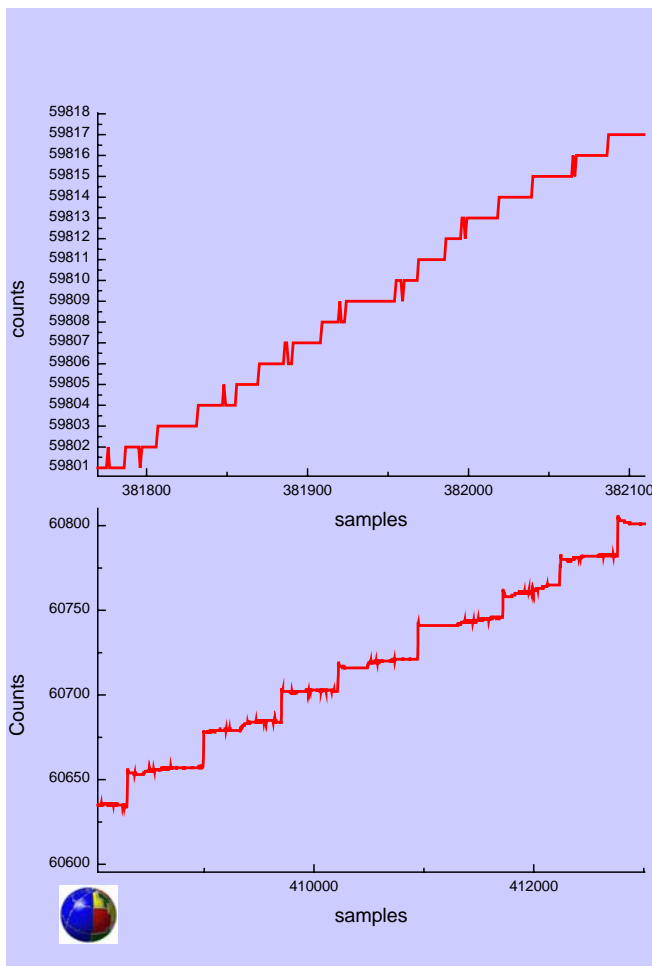
Sensore solare elettromeccanico



Mechanical Sun tracker

Device under test near the INGV building (Roma)
The long tube holds the stenopeic hole for the fine sensor.





Risultati sensore elettromeccanico

The prototype has been exposed to the sun in the INGV yard. The system exhibits two comportment.

It can nicely follow the sun movement, (upper diagram) at the limit of the encoder's sensitivity (0.0054°) or with 10 counts jumps. This is probably related to the poor quality gearbox transmission used, which suffers of a strong difference between static friction and dynamic friction. In any case the precision will improve by digitizing the error signal coming from 4-quadrants diodes

Le tre figure illustrano un sensore solare elettromeccanico. L'immagine rotonda del sole viene focalizzata al centro di quattro sensori fotosensibili (diodi a 4 quadranti, figura in alto a sinistra). Quando il segnale in uscita dai quattro sensori è lo stesso, il sole si trova al centro dei sensori. L'elettronica di controllo è costruita in modo da azionare due servomotori in modo da posizionare l'immagine del sole al centro dei sensori. Due digitalizzatori misurano gli angoli assunti dal sistema ottico, fornendo la posizione angolare del sole. I sensori, in realtà sono 2, uno meno preciso ma con un maggiore angolo di vista (tubo corto, diaframma con foro stenopeico vicino al sensore) l'altro più preciso (tubo lungo, diaframma lontano dal sensore). L'elettronica di controllo è stata costruita in modo da utilizzare il sensore con maggior angolo di vista per portare il sole nell'angolo di vista del sensore più preciso, che provvede alle operazioni di puntamento.

Il denominatore cerca di dirci qualcosa?

Le funzioni con le quali veniamo a trovarci sono rapporti di polinomi. Le radici del denominatore sono singolarità che chiamiamo poli, le radici del numeratore, zeri, annullano la funzione

$$F(s) = K \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (s - z_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} (s - p_i)}$$

E' la posizione dei poli a determinare il comportamento della funzione: poli reali determinano esponenziali convergenti se < 0 , divergenti se > 0 . Coppie complesse coniugate determinano comportamenti oscillanti, convergenti, divergenti o stabili in funzione della loro parte reale.



Praticamente sempre le funzioni di trasferimento con le quali veniamo a trovarci nello studio dei sistemi reazionati sono esprimibili come nella formula in figura. La funzione si annulla quando s assume un valore z_i (gli zeri del sistema) e diverge quando assume un valore p_i (i poli del sistema). K è un coefficiente adimensionale che prende il nome di guadagno in continua.

Il luogo delle radici

$$F(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)} = \frac{U(s)}{E(s)} = K' \frac{\sum_{i=1}^{N_z} (s - z_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} (s - p_i)}$$

La funzione $F(s)$ è ottenuta reazionando il blocco $K*G(s)$ con il blocco $H(s)$. Il fattore K (guadagno in continua) è stato evidenziato perchè gioca un ruolo importante nel metodo che descriviamo. Se immaginiamo che K vari, la posizione dei poli della $F(s)$ cambia, descrivendo delle curve (una per polo) nel piano complesso.

Queste curve sono il luogo delle radici.



Che cosa farne:

La variazione di guadagno ci permette di avere una configurazione variabile di poli nel piano complesso, che descrive il comportamento del sistema: c'è il caso che una di queste proprio ci piaccia; in questo caso ci basta fissare il guadagno per ottenere quanto vogliamo; altrimenti dobbiamo inventare qualcosa (una rete compensatrice, per esempio una coppia polo-zero) da mettere in serie al nostro sistema. Questo deforma il luogo e ci permette di esaminare una nuovo insieme di valori di K per trovare la configurazione giusta.



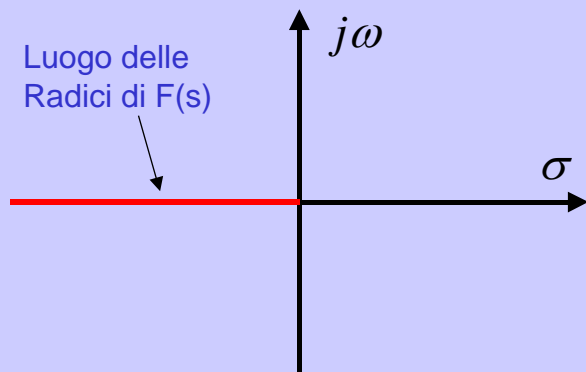
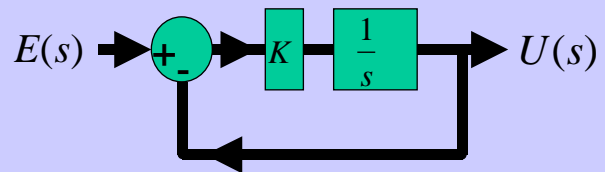
E' stato sottolineato il fatto che il comportamento di un sistema dipende dalla posizione dei poli della funzione di trasferimento che lo rappresenta. Il metodo del luogo delle radici consiste nel parametrizzare la posizione dei poli con il guadagno in continua. Questa è una scelta furba: variare il guadagno in continua è una cosa semplicissima da fare nel mondo reale, per esempio agendo su un potenziometro. In molti casi si trova che basta la giusta scelta di K per portare un sistema a funzionare in modo adeguato.

Un esempino facile: l'integratore

La funzione di trasferimento secondo Laplace è: $\frac{1}{s}$

$$F(s) = \frac{K}{K + s}$$

Il luogo delle radici giace sul ramo negativo dell'asse reale: il sistema è sempre stabile e la sua risposta va come Ke^{-Kt} . Quindi quanto più è alto il guadagno in continua, tanto più il sistema risponde rapidamente.



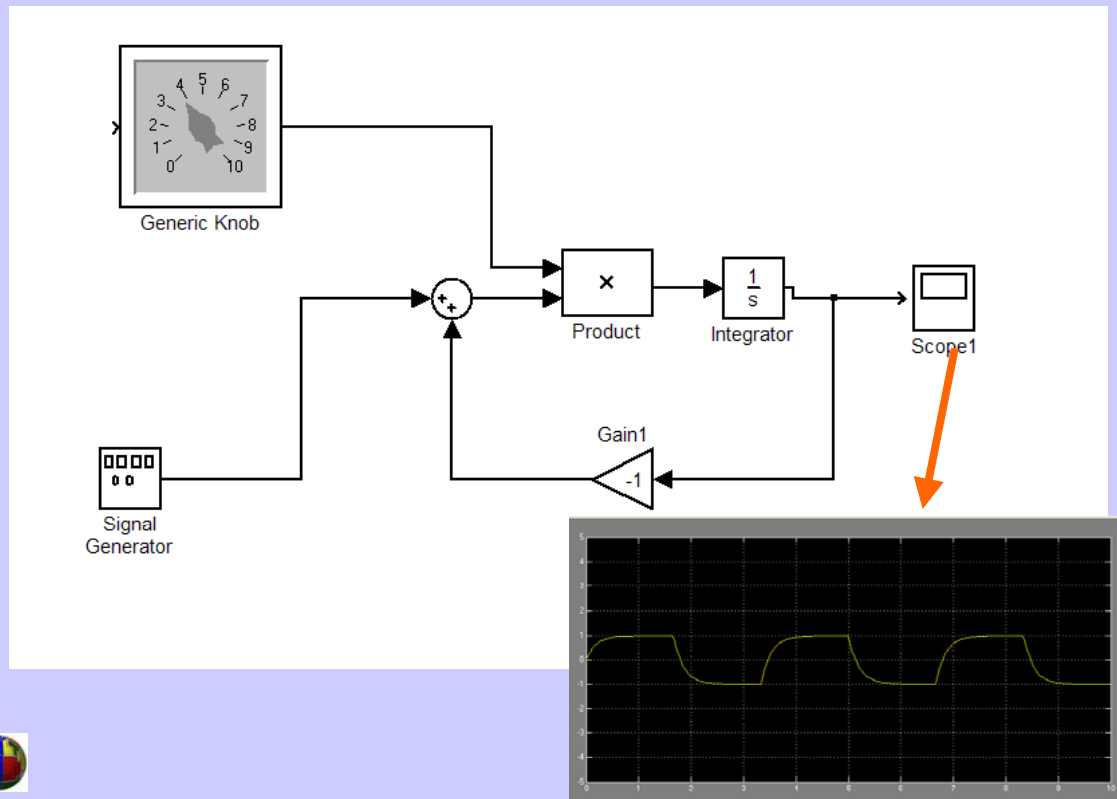
Se ricordiamo, come visto precedentemente, che un motore può essere considerato come un integratore che ha come ingresso una tensione e come uscita un angolo scopriamo quanto sia semplice progettare un sistema di posizionamento. Questo, naturalmente, vale nel caso che l'approssimazione del motore ad un integratore sia accettabile. Questa approssimazione viene turbata dalla non idealità del motore e dall'inerzia del carico. L'approssimazione del motore ad integratore è stata usata con successo per costruire una piattaforma eliostatica che è servita, a sua volta, per la calibrazione dei sensori solari. Non è stato invece possibile, invece, usarla per il sensore solare elettromeccanico, di cui abbiamo parlato in precedenza.

Se studiamo la risposta del sistema con un'eccitazione a gradino di ampiezza V otteniamo:

$$L^{-1} \left[\frac{V}{s} \cdot \frac{K}{s + K} \right] = V(1 - e^{-Kt})$$

L'uscita segue l'ingresso con una legge esponenziale (la stessa del passa basso esaminato nell'esempino) tanto più rapidamente quanto è più grande il guadagno K .

Simulazione integratore



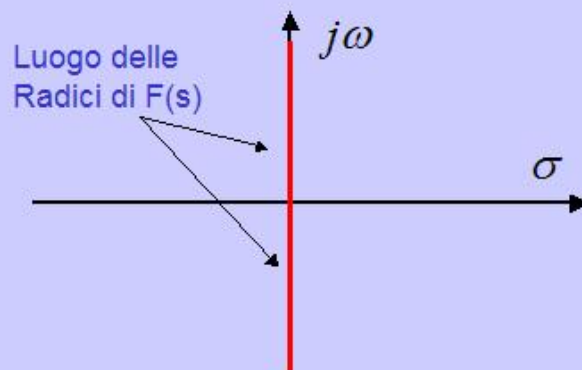
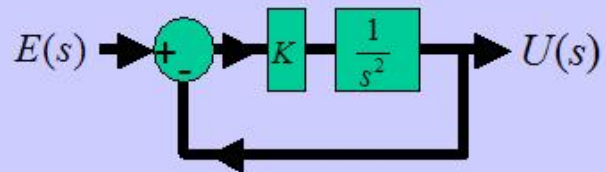
La figura mostra la simulazione dell' esempio appena esaminato. Il 'generic knob' cambia il guadagno attraverso il moltiplicatore 'Product'. Il generatore produce un' onda quadra. L'oscillogramma mostra l' uscita del sistema. In aula è stato mostrato come il guadagno agisse sulla forma dei fronti, che divenivano più ripidi per guadagni maggiori.

meno facile: l'integratore doppio

La funzione di trasferimento secondo Laplace è: $\frac{1}{s^2}$

$$F(s) = \frac{K}{K + s^2}$$

Il luogo delle radici giace sull'asse immaginario: il sistema è sempre instabile e la sua risposta va come $\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}t)$. Quindi quanto più è alto il guadagno in continua, tanto più si alza la frequenza di oscillazione.



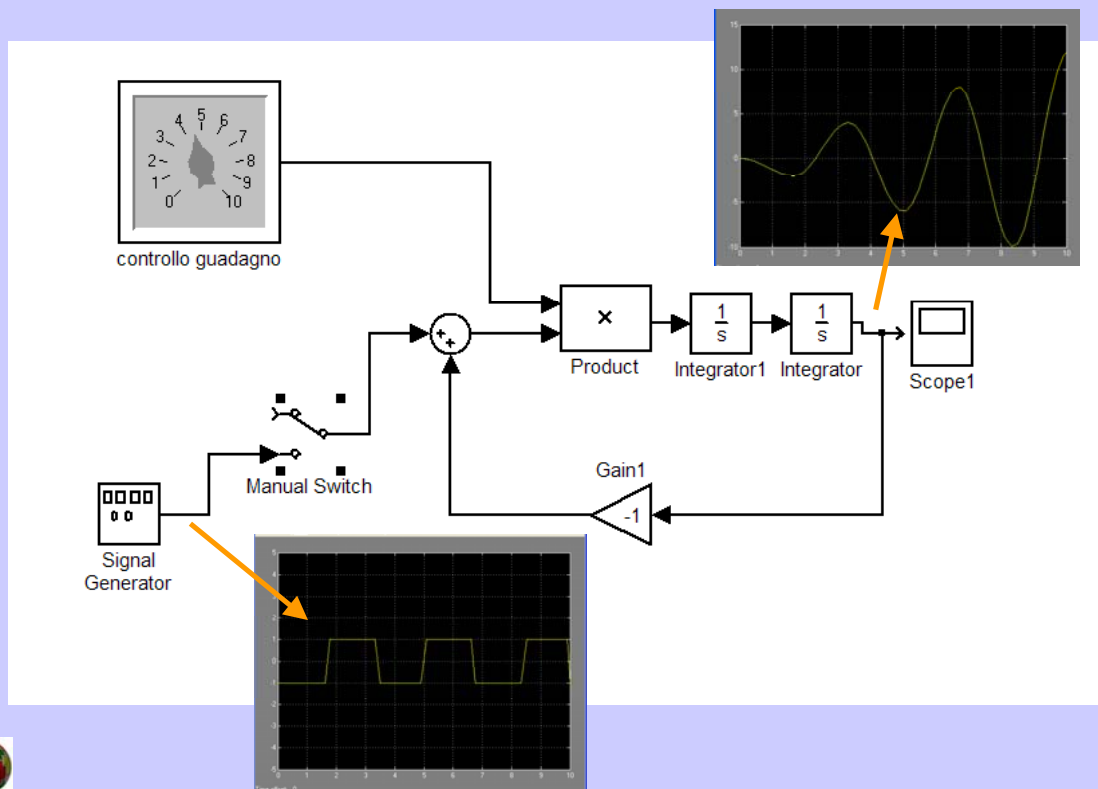
Qui quando si parla di risposta si sottintende risposta alla delta, che equivale a fare l'antitrasformata della funzione di trasferimento. E' evidente che abbiamo costruito un oscillatore, e che per nessun valore di K l'uscita riuscirà a seguire l'ingresso.

Se eccitiamo il sistema con un gradino otteniamo:

$$L^{-1} \left[\frac{V}{s} \cdot \frac{K}{s^2 + K} \right] = V \left(1 - \cos(\sqrt{K}t) \right)$$

In effetti il valor medio dell'uscita segue l'ingresso (ma è una magra consolazione!)

Simulazione doppio integratore

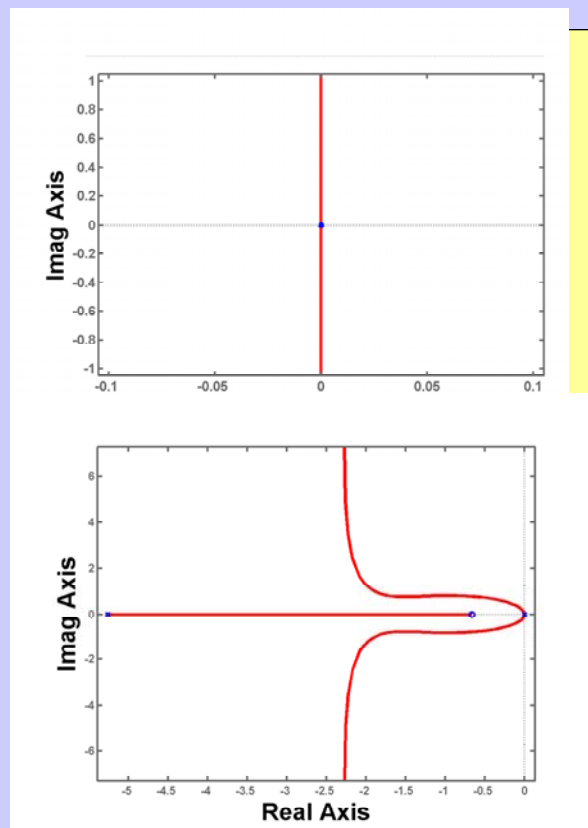


Analogamente all' integratore è stato simulato un doppio integratore in reazione totale, eccitato con un' onda quadra. L'ampiezza delle oscillazioni diverge perchè gli effetti dei gradini successivi si sommano. Aprendo l'interruttore che interrompe l'uscita del generatore si vede che l'ampiezza dell'uscita rimane costante, mentre ampiezza e frequenza cambiano al cambiare di K (controllo del guadagno)

Adattiamo il sistema

Il sistema volano-motore è descrivibile con un sistema instabile ad anello chiuso:

Può diventare stabile se aggiungiamo una coppia polo-zero: questa allontana il luogo dall'asse immaginario e porta a soluzioni stabili. Su questo luogo dobbiamo spostare il guadagno e vedere se esiste un valore accettabile



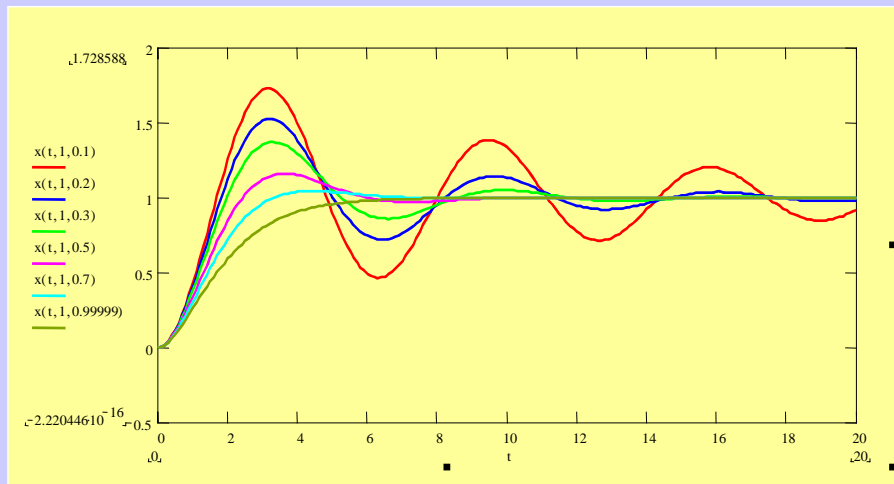
Il luogo delle radici riportato in figura è stato tracciato utilizzando Matlab. Esistono alcune regole che permettono di tracciare il luogo delle radici a partire dalla funzione ad anello aperto effettuando un minimo numero di calcoli; si possono trovare in ogni testo di regolazione automatica.

Il doppio integratore è proprio la schematizzazione del sistema motore-volano (la meccanica dell'ACS) quando si decide di alimentare il motore in corrente. Un metodo è aggiungere una coppia polo-zero, che ottiene di deformare il luogo delle radici come nella figura. Questo allontana il luogo delle radici dall'asse immaginario e le oscillazioni non sono più persistenti. Sul nuovo luogo si deve scegliere il valore di K che porti il sistema al migliore funzionamento. Ovviamente il sistema avrà sempre una coppia di poli complessi coniugati, e tenderà quindi ad effettuare oscillazioni che saranno tanto più smorzate quanto più ci si allontana dall'asse immaginario.

Stima del comportamento...

Una stima approssimativa di quello che succede può essere effettuata assimilando il modo dominante del sistema come se fosse un sistema del secondo ordine

$$F(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad r(t) = 1 - \frac{e^{-\omega\zeta t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(t\omega\sqrt{1-\zeta^2} + \varphi\right)$$

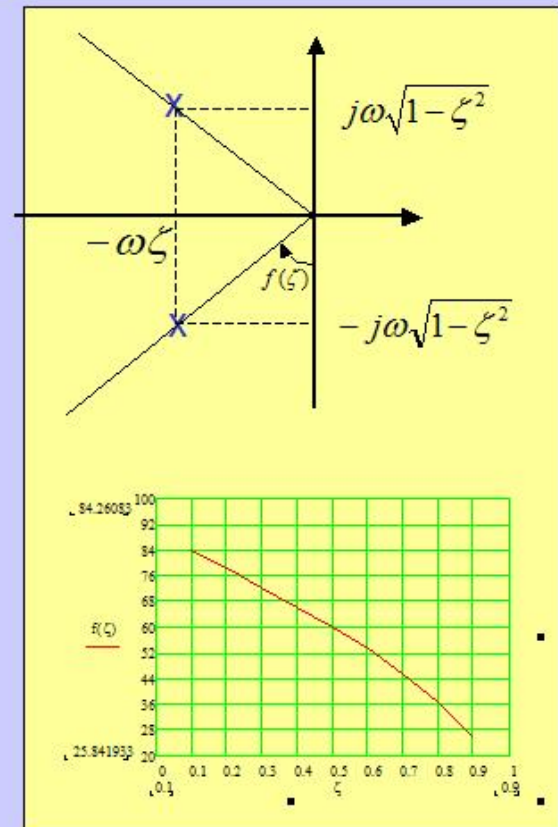


Un metodo che si usa per aiutarsi nella scelta del guadagno è quello di trattare il sistema come se fosse del secondo ordine. In molti casi questa è una buona approssimazione. La figura ne riporta la funzione di Laplace e la risposta temporale al gradino unitario con il diagramma temporale parametrizzato nel coefficiente di smorzamento ζ . Coefficienti di smorzamento piccoli rendono la risposta più veloce, ma portano ad oscillazioni che persistono lungamente dopo il transitorio; coefficienti grandi smorzano rapidamente le oscillazioni, ma il sistema è più lento a rispondere. Naturalmente noi vorremmo un sistema veloce e senza oscillazioni, e cerchiamo un compromesso. Il compromesso generalmente usato è quello per $\zeta=0.7$, chiamato smorzamento critico.

...con un sistema del secondo ordine

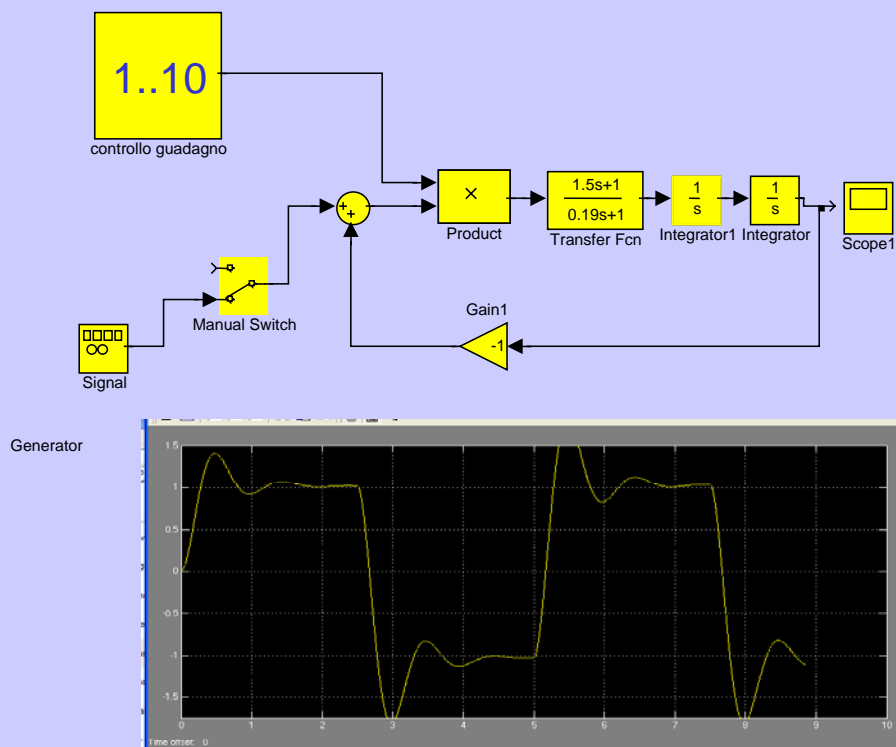
$$f(\zeta) := \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \cdot \frac{360}{2\pi}$$

Guardando il comportamento temporale ci si può regolare sulla posizione da fare assumere ai poli dominanti della funzione di trasferimento. In particolare l'angolo f è una funzione diretta del coefficiente di smorzamento



La retta che congiunge uno dei poli dominanti con l'origine forma con l'asse immaginario un angolo che ha una relazione diretta con il coefficiente di smorzamento. Lo smorzamento critico corrisponde ad un angolo di 45° .

Simulazione con compensazione polo-zero



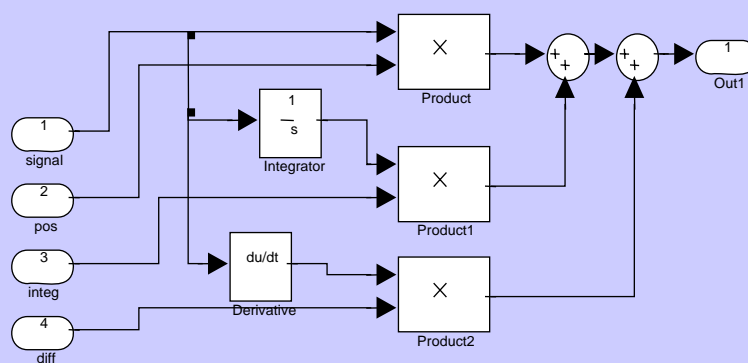
La simulazione del doppio integratore compensato con la coppia polo-zero. L'eccitazione è ad onda quadra ed il guadagno è regolabile attraverso il moltiplicatore. La simulazione ha mostrato come la persistenza delle oscillazioni ed il tempo di assestamento fossero legate alla scelta del guadagno.

PID

Un facile strumento per sagomare una rete di compensazione è il PID (Proporzionale, Integrale, Derivativo) che offre la funzione di trasferimento

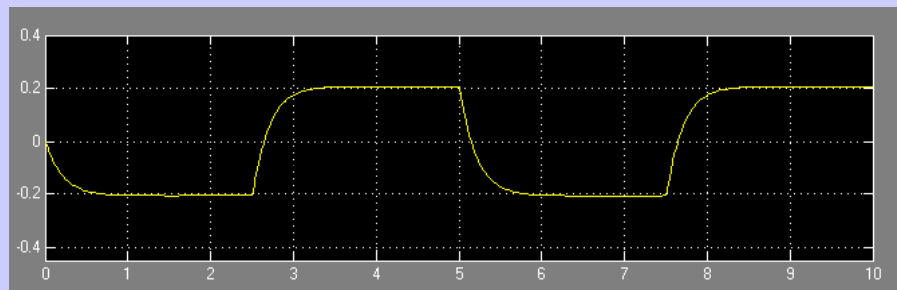
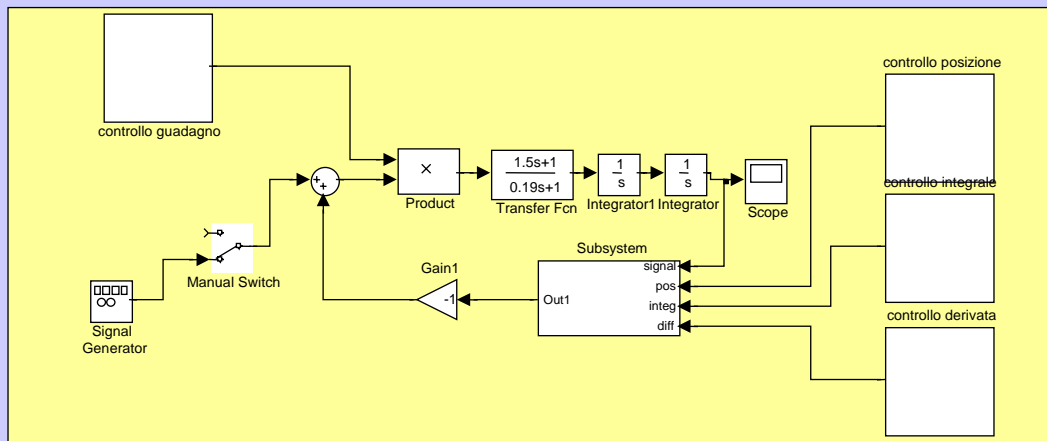
$$F_{PID}(s) = p + \frac{i}{s} + ds$$

I PID generalmente vengono costruiti in modo che i valori delle variabili p, i, d possano essere modificati con semplicità



Il PID è un dispositivo grandemente usato nella regolazione automatica. Ci permette di ritoccare sul campo la funzione di trasferimento del sistema con la stessa facilità con cui possiamo ritoccare il guadagno in continua. Il diagramma nella figura ha 4 ingressi, uno per il segnale e 3 per il controllo dei coefficienti.

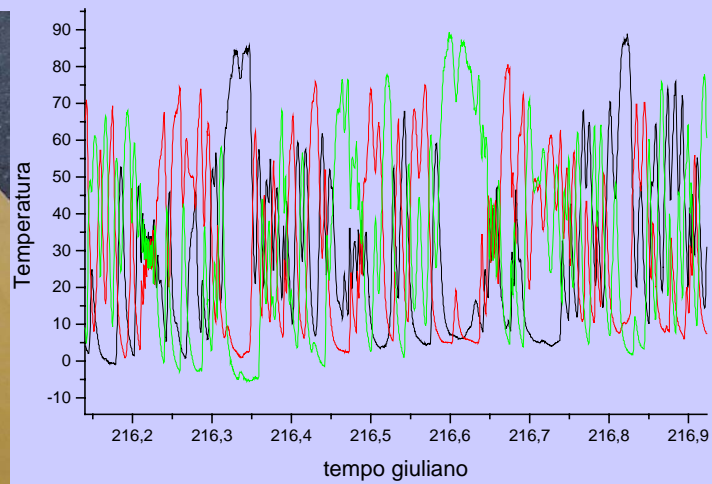
Compensazione polo-zero e PID



La figura mostra il buon comportamento del sistema precedente cui è stato inserito un PID nel ramo di reazione. Un osservatore attento noterà che l'ampiezza è diminuita rispetto all'esempio precedente. Questo è dovuto ad un guadagno > 1 nel ramo di reazione, facilmente compensabile.

Le cose non sono mai semplici come vorremmo....

La stratosfera non è lo spazio, e un mbar non è il vuoto.

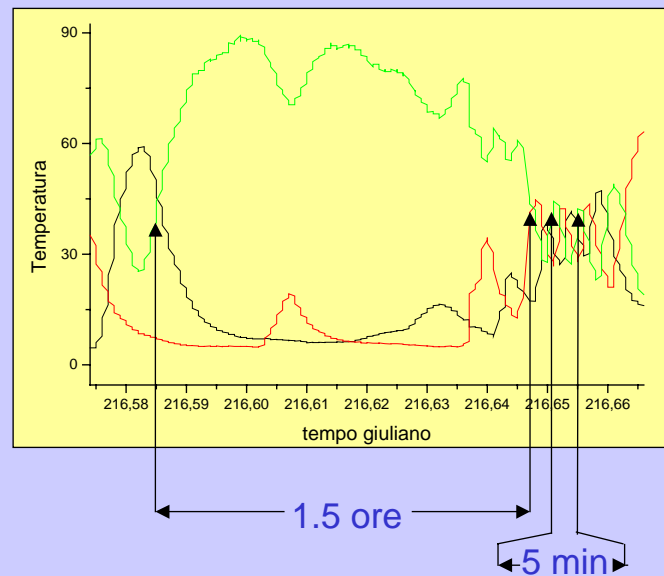


Andamento della temperatura dei tre pannelli solari: la navicella ruota.

Finora abbiamo trattato immaginato il sistema volano-motore-carico_utile come isolato. In realtà non è poi così isolato. La figura mostra il carico utile PEGASO poco prima del lancio. Al centro di notano i pannelli solari posti a formare un cilindro. I pannelli sono 3, e su ogni pannello è stato installato un sensore di temperatura. Il diagramma a destra mostra l'andamento dei tre sensori di temperatura durante il volo. La navicella ruota (meglio rosola?) davanti al sole e le temperature passano da un massimo di 90°C ad un minimo di -5°C.

...la navicella ruota..

..e cambia repentinamente di velocità angolare. La figura mostra la temperatura di tre pannelli solari di PEGASO, ed il cambiamento di temperatura è dovuto alla rotazione. La rotazione è impressa da un gradiente di velocità dell'aria, ed è qualcosa a cui l'ACS deve opporsi con successo per ottenere un risultato accettabile.



..e questo rende le cose piu difficili

$$M(t) = ai(t) + M_{ext}$$

$$\alpha(t) = \iint \frac{ai(t) + M_{ext}}{I} dt$$

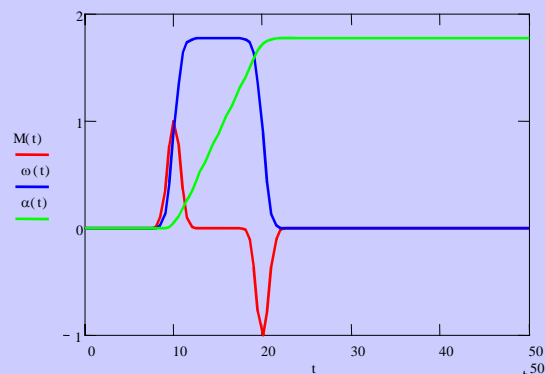
Alla coppia prodotta dal motore dobbiamo aggiungere una coppia esterna

$$M(t) = e^{-(t-10)^2} - e^{-(t-20)^2}$$

$$\omega_{payload}(t) = \int_0^t \frac{M(\tau)}{I_{payload}} d\tau$$

$$\alpha(t) := \frac{1}{10} \int_0^t \omega(\tau) d\tau$$

Che cosa succede cercando di raggiungere un angolo in assenza di forze esterne



Il momento a cui è sottoposta la gondola può essere considerato composto da due termini: uno voluto da noi, attraverso la corrente nel motore ($a*i(t)$), l' altro indotto dal movimento dell'aria (M_{ext})

$$M(t) = ai(t) + M_{ext}$$

Quindi l'angolo a cui viene posizionata la gondola diviene:

$$\alpha(t) = \iint \frac{ai(t) + M_{ext}}{I} dt$$

Il diagramma in basso da un'idea di segnali che ci si aspetta per posizionare la gondola ad un determinato angolo; in rosso appare il momento della forza applicata: un impulso positivo accelera la gondola, ed induce una certa velocità angolare (traccia blu) che viene mantenuta finchè il secondo impulso, identico al primo ma con il segno cambiato, frena la gondola riportando a zero la velocità. L'angolo (traccia verde) ha subito una variazione permanente.

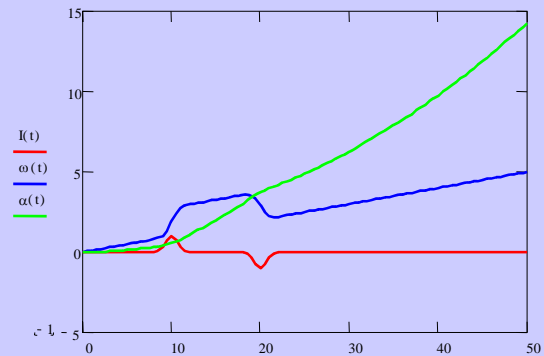
Come correggiamo?

$$M = M_i + M_{ext}$$

Per compensare il disturbo indotto da M_{ext} possiamo ipotizzare una correzione su M_i che ci faccia ottenere il momento totale desiderato. Questo viene ottenuto in modo automatico dal feed-back. Purtroppo questo si traduce in un aumento della velocità del volano:



Questo succede quando aggiungiamo un momento di disturbo costante



$$\omega_{volano} = \int \frac{M_{ext}}{I_{volano}} dt$$

Se avessimo un sistema davvero isolato i diagrammi della pagina precedente sarebbero rigorosamente rispettati. Non è così, e dobbiamo tener conto di un momento indotto da forze esterne. Per compensare l'errore indotto possiamo immaginare di aggiungere un momento correttivo opposto al momento esterno. In realtà un sistema reazionato ben progettato opera automaticamente questa compensazione, che però implica un aumento della velocità angolare del volano.

inconvenienti

La dipendenza della velocità del volano dal momento di disturbo esterno, soprattutto per disturbi a valor medio non nullo può portare a una eccessiva velocità nel volano: questa è limitata da molti fattori:

Massima tensione ammessa sul motore
Massima tensione fornibile al motore

$$\omega(t) = b \cdot v(t)$$

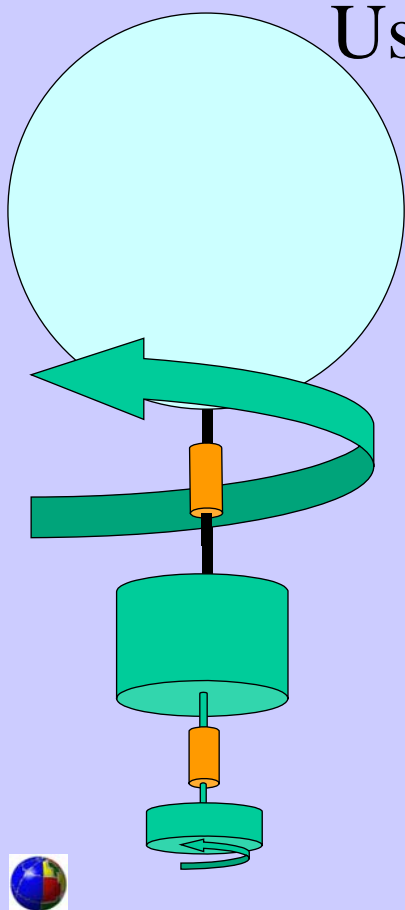
Massima velocità del motore (limiti meccanici),
sia sul motore che sul volano.

$$f = \frac{m\omega^2}{r}$$



Purtroppo la velocità del volano va con l' integrale nel tempo del momento di disturbo (pagina precedente). Questo vuol dire che un disturbo protratto lungamente nel tempo con lo stesso segno può indurre un aumento di velocità potenzialmente dannoso. Questo aumento deve essere limitato per evitare danni nella meccanica, e , naturalmente, senza provocare disfunzioni nel controllo di assetto.

Usiamo il pallone



Inconveniente: eccesso di velocità sul volano.

Rimedio: coppia di compensazione su un motore che collega il carico utile alla catena di volo.

Considerazione: benchè il gradiente di velocità agisca allo stesso modo sia sul pallone che sulla gondola, il pallone, date le sue dimensioni, offre un maggiore attrito all'atmosfera, ed una coppia esercitata tra la gondola ed il pallone, modificherà molto la velocità angolare della gondola, e poco quella del pallone.

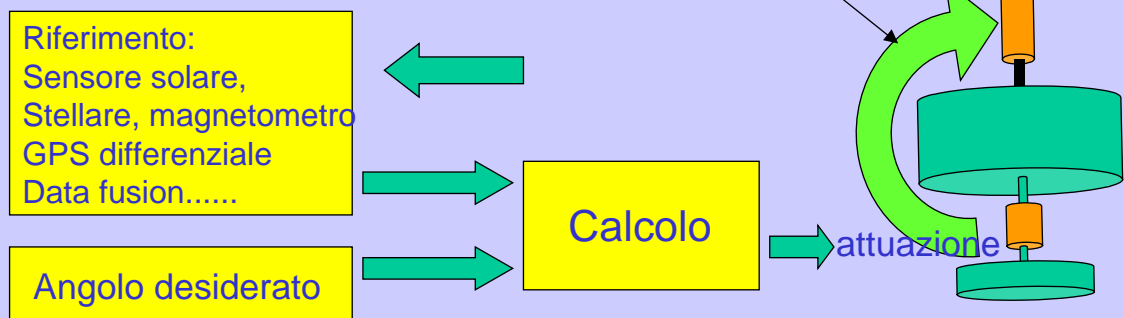
Usare il pallone sembra in effetti la cosa più ovvia: ha abbastanza attrito con l'atmosfera da smorzare la velocità angolare indotta dai movimenti della gondola, ed esiste già. Perché non usare il pallone al posto del volano? Ci sono inconvenienti?

Il pallone può essere usato per il puntamento, ma solo nel caso in cui non vengano richiesti repentini cambiamenti dell'angolo di puntamento. La catena di volo non è un corpo rigido e la sua risposta ad una torsione proveniente dalla gondola è elastica. Se la gondola impone una coppia la catena di volo si torcerà fino al punto in cui la sua reazione elastica restituirà la coppia imposta. Questo ritarda il tempo di risposta e esercita, soprattutto per variazioni repentine dell'angolo, una azione dannosa sulla catena di volo. Questo metodo può essere usato nel caso si richieda un puntamento costante ma non nel caso si voglia effettuare una scansione.

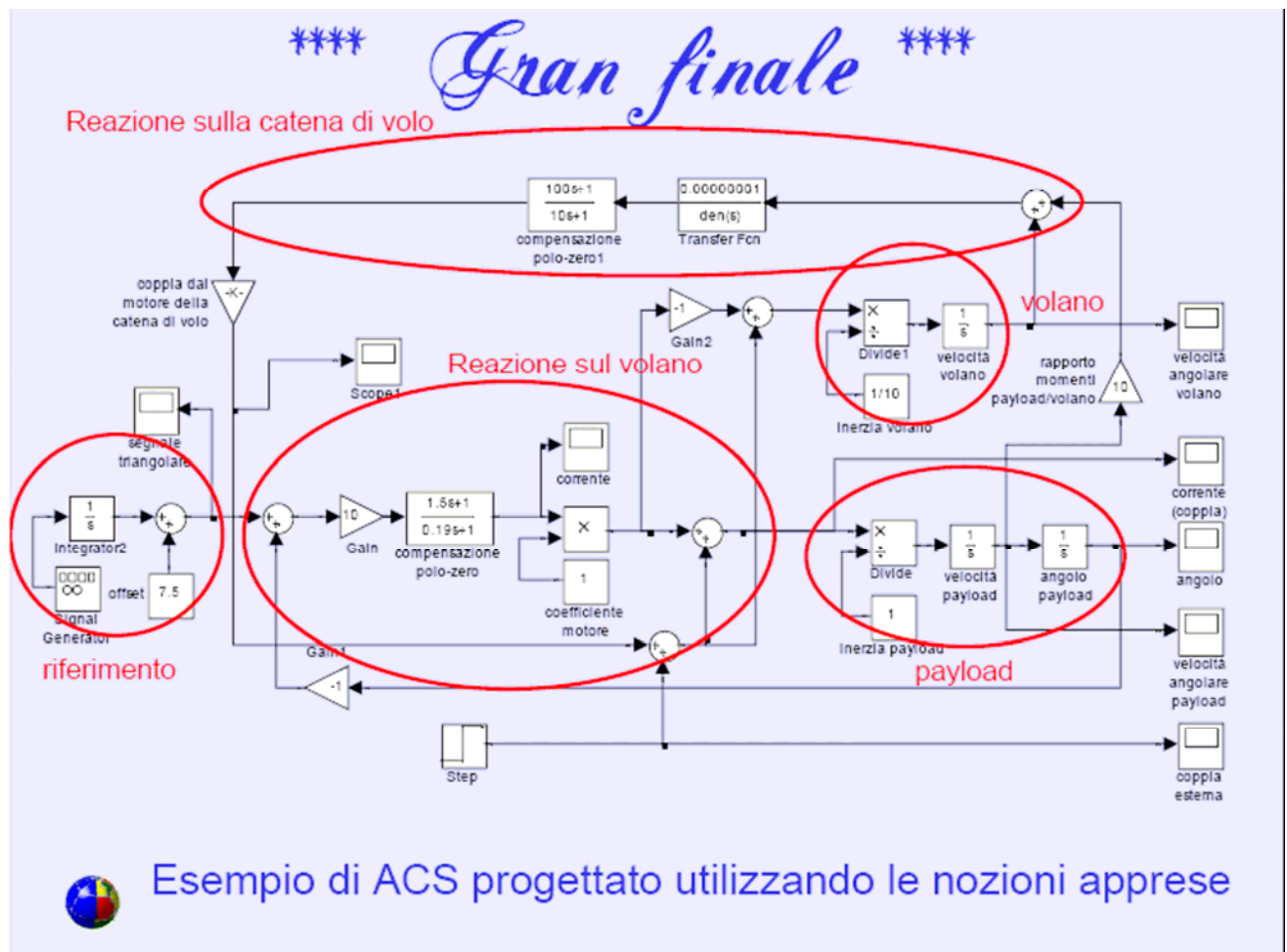
In questo ultimo caso si deve mantenere la strategia a volano ed utilizzare un secondo motore per collegare il payload al pallone. Questo motore può essere comandato da un secondo anello di reazione il cui scopo è quello di annullare la rotazione del volano. Questa reazione può essere limitata nella coppia di uscita (per non affaticare la catena di volo) perchè essa non ha un effetto diretto sul sistema di posizionamento (che ha la reazione agganciata sul sensor angolare) ma su un suo sottoprodotto, la velocità del volano.

Esempio di disegno modificato per disturbi a lungo termine

L'informazione della velocità del motore del volano viene usata per pilotare un secondo motore sulla catena di volo



Il sistema di controllo di assetto completo del sistema per compensare l'eccesso di velocità sul volano. Il motore che aziona il volano consente l'orientamento rapido della gondola. L'informazione sulla velocità relativa volano-gondola (se si usa un motore in corrente continua la velocità è proporzionale alla tensione sul motore) viene usata per azionare il motore che collega il carico utile al pallone. La coppia prodotta in questo modo riduce la velocità di volano.



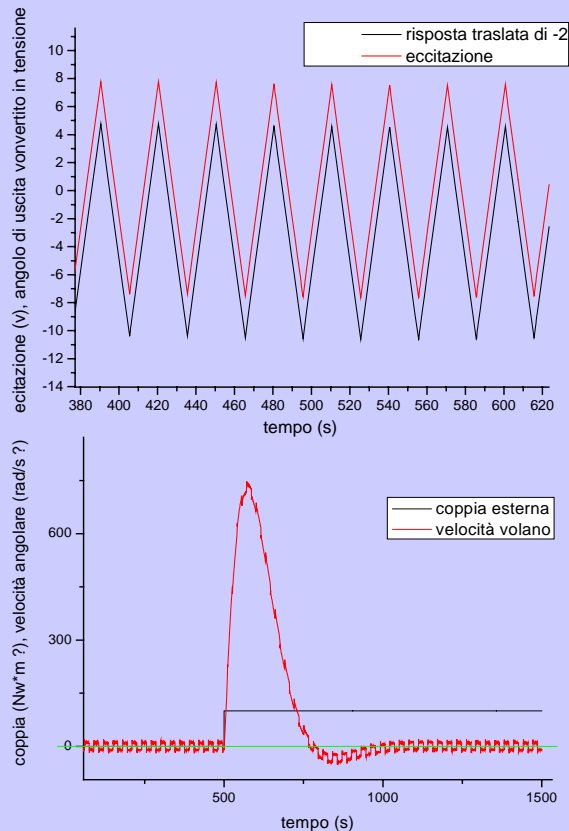
Lo schema apparentemente complicato rappresenta una bozza del sistema di controllo di assetto compensato per evitare velocità eccessive sul volano. Le aree cerchiare di rosso **reazione sul volano** e **payload** rappresentano l'anello principale di reazione. L'area **reazione sul volano** contiene all'ingresso un blocco differenza che compara il segnale triangolare proveniente dall'area **riferimento** ed il segnale di uscita. L'angolo di uscita si suppone misurato rispetto ad un riferimento esterno (come un sensore solare, stellare, magnetico...). Il blocco differenza è seguito da un blocco di compensazione polo-zero (quello già esaminato quando abbiamo cercato di compensare l'integratore doppio). I termini a fattore 'coefficiente motore' ed 'inerzia payload' descrivono motore e carico. Il motore, alimentato in corrente, è descritto, oltre che dal termine 'coefficiente motore' dai due integratori 'velocità payload' e 'angolo payload'.

L'area cerchiata **reazione sulla catena di volo** descrive il sistema di compensazione per evitare l'eccesso di velocità del volano dovuto ad una coppia applicata al payload da un agente esterno. La coppia viene applicata, nello schema sia al volano che al payload. Il segnale di velocità del volano passa attraverso un blocco di compensazione (area **reazione sulla catena di volo**) ed agisce sulla catena di volo, andando a sottrarsi al segnale di disturbo.

I diagrammi che seguono rappresentano i risultati della simulazione del diagramma appena descritto. I valori dei vari parametri sono arbitrari, e sono arbitrarie le scale dei diagrammi che seguono. Quello che è importante, più dei fattori di scala, è l'andamento temporale dei segnali, che mostrano il buon funzionamento della ricetta adottata. I fattori di scala diverranno vitali quando si cercherà di utilizzare componenti reali. In questo caso sarà necessario anche affinare il modello per rappresentare il comportamento non ideale dei vari componenti.

qualche diagramma

Il diagramma superiore mostra la risposta del sistema della figura precedente ad una eccitazione triangolare. Il triangolo è la forma d'onda giusta per ottenere una scansione del cielo. Nella figura il diagramma della risposta è stato traslato per renderlo visibile. Il diagramma inferiore mostra la velocità del volano quando sopraggiunge una perturbazione esterna; il volano reagisce istantaneamente



I diagrammi nella figura testimoniano che abbiamo fatto un buon lavoro: nel diagramma superiore si paragona il segnale di riferimento con il segnale di uscita: sono praticamente identici. E' da notare che la scala temporale è a cavallo del campione 500. E' questo il punto in cui viene applicata una coppia di disturbo che non ottiene alcun effetto significativo sull'angolo di uscita.

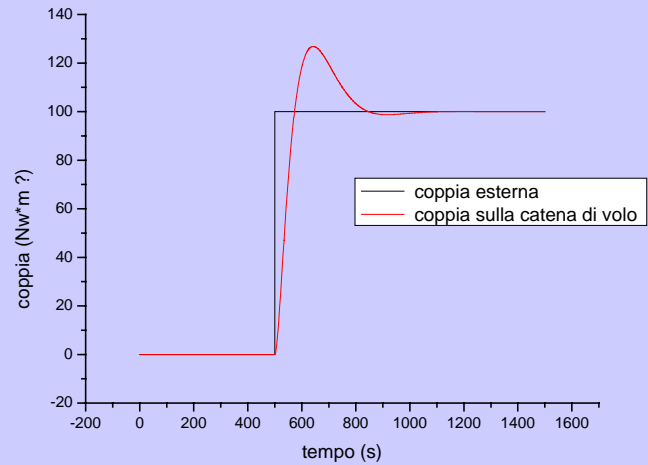
Nel diagramma in basso viene rappresentato l'effetto della coppia di disturbo sulla velocità del volano. La coppia viene rapidamente compensata da un aumento di velocità, che rapidamente decresce quando interviene il sistema di compensazione sulla catena di volo.

Compensazione coppia esterna

Il sistema di compensazione della coppia esterna reagisce applicando alla catena di volo una coppia opposta a quella applicata al sistema dalle perturbazioni esterne.

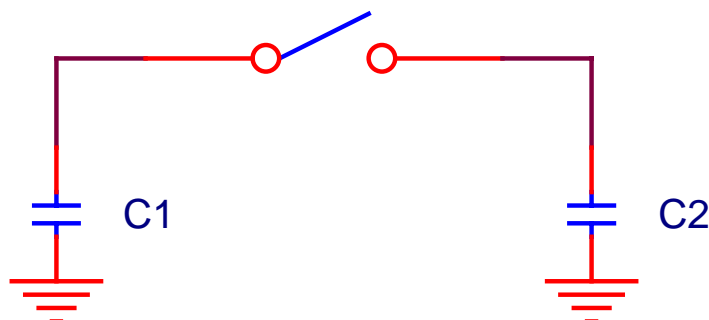
La sovraoscillazione dipende dalla rete di compensazione usata, ed è esasperata dall'aver eccitato il sistema con un gradino. Le sollecitazioni che ci si aspetta in stratosfera sono molto più lente.

Nel diagramma il segno della coppia applicata alla catena di volo è stato invertito per facilitare il confronto con la coppia esterna



Il giochino del condensatore

Parlando di dissipazioni occulte nei circuiti di potenza era stato proposto un quesito riguardante due condensatori identici, uno carico, l'altro scarico, collegati ad un certo istante da un interruttore:



All'istante iniziale abbiamo un condensatore carico C1 ad una tensione V_0 , e C2 scarico. Assumiamo che $C1=C2=C$; l'energia totale del sistema (interruttore aperto) è:

$$E_{t < t_0} = \frac{1}{2} C V_0^2$$

dove t_0 rappresenta il momento di chiusura dell'interruttore.

Quando il condensatore è stato chiuso si avrà una distribuzione della carica sui due condensatori.

I condensatori posti in parallelo dalla chiusura dell'interruttore si comportano come un unico condensatore di capacità doppia; ricordando che

$$V = \frac{Q}{C}$$

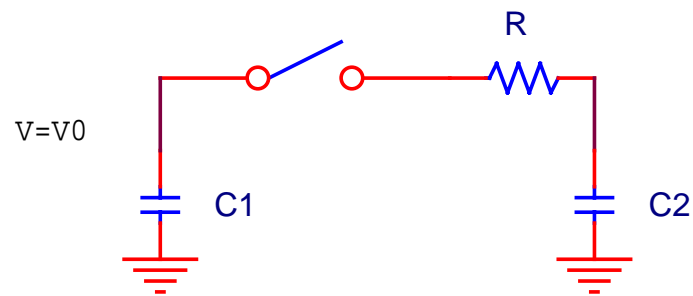
la tensione su questo condensatore di capacità doppia (considerando che la carica deve conservarsi) sarà $V/2$.

Quale è l'energia del circuito dopo la chiusura del condensatore?

$$E_{t=\infty} = \frac{1}{2} (2C) \left(\frac{V_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} C V_0^2$$

Dove è finita metà dell'energia??

Per avere una risposta consideriamo il circuito modificato nel seguente modo:



Ora esaminiamo il comportamento del circuito alla chiusura dell' interruttore. Il circuito ha un'unica maglia, quindi la corrente $i(t)$ è identica in ogni punto; l' equazione che descrive il circuito è:

$$\left(V_o + \frac{1}{C_1} \int i(t) dt \right) + Ri(t) + \frac{1}{C_2} \int i(t) dt = 0$$

Il termine tra parentesi rappresenta il condensatore C1 con la condizione iniziale di tensione al tempo 0, V_o .

Trasformando secondo Laplace

$$\frac{V_o}{s} + I(s) \left(\frac{1}{sC_1} + R + \frac{1}{sC_2} \right) = \frac{V_o}{s} + I(s) \left(\frac{2}{sC} + R \right) = 0$$

$$I(s) = -\frac{V_o}{s} \left(\frac{sC}{2 + sCR} \right)$$

Antitrasformando:

$$i(t) = \frac{V_o}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

Possiamo calcolare l' energia perdita nella resistenza come l'integrale della potenza dissipata dal momento della chiusura dell' interruttore all'infinito.

$$E = \int_0^{\infty} i^2(t) R dt = \int_0^{\infty} \left(\frac{V_o}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} \right)^2 R dt$$

$$E = \frac{1}{4} C V_o^2$$

L'energia dissipata nella resistenza è proprio l' energia perduta durante il trasferimento della carica. Il fatto che non dipenda dalla resistenza giustifica il comportamento per $R=0$ con cui l' esercizio era stato proposto

La trasformata di Laplace

Le immagini seguenti sono relative a richiami sulla trasformata di Laplace, e sono servite soltanto a rendere più comprensibile (almeno spero!) la spiegazione relativa alla stabilizzazione dei sistemi reazionati. L'uso della trasformata di Laplace è la norma nella progettazione di dispositivi di regolazione automatica al punto che molti programmi di simulazione (ad esempio Simulink) pretendono che i blocchi funzionali vengano descritti come funzione di trasferimento nello spazio di Laplace, mentre programmi di simulazione squisitamente temporali, (ad esempio SPICE) prevedono di poter inserire blocchi funzionali di Laplace.

Trasformata di Laplace

$$F(s) = L(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

A condizione che
l'integrale converga

$$f(t) = L^{-1}(F(s)) = \frac{1}{2\pi j} \oint F(s)e^{st} ds$$

Eseguito lungo un
percorso contenente
tutti i poli di $f(s)$



La sostanziale differenza con la trasformata di Fourier è che la variabile di Laplace s è un numero complesso, non un immaginario puro. Questa la rende più adatta alla descrizione dei fenomeni transitori che si verificano nei sistemi di regolazione automatica, dei quali l'ACS fa parte.

Trasformate gradino e delta

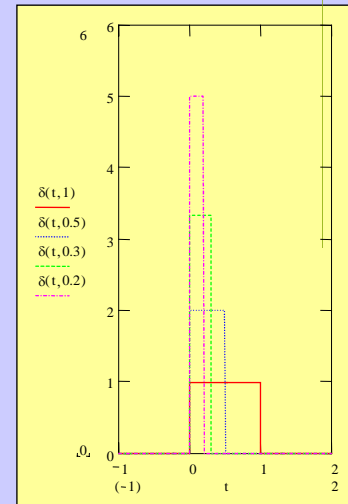
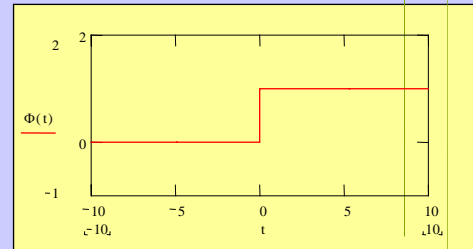
$$\Phi(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1 & \text{per } t \geq 0 \end{cases}$$

$$L[\Phi(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s}$$

$$\delta(t) = \frac{1}{\tau} \lim_{\tau \rightarrow 0} [\Phi(t) - \Phi(t - \tau)]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$L(\delta(t)) = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = e^{-st} \Big|_{t=0} = 1$$



Due segnali particolarmente utili per lo studio dei transitori. Un gradino è una schematizzazione abbastanza vicina alla realtà di una repentina richiesta di cambiamento di posizione. Abbastanza vicina perchè, nella realtà, un fronte troppo ripido indurrebbe sollecitazioni troppo violente nella meccanica e potrebbe portare alla saturazione di qualche blocco funzionale.

La sollecitazione con un impulso è utile proprio perchè la sua trasformata di Laplace è 1. La risposta di un sistema all' impulso coincide con la funzione di trasferimento del sistema.

Trasformate utili

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^+)$$

Trasformata di una
funzione derivata

$$L\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s}$$

Trasformata di una
funzione integrata

Queste due formule ci suggeriscono che complicate equazioni differenziali possono essere scritte come funzioni nella variabile s . Le equazioni che descrivono un sistema di controllo sono generalmente lineari a coefficienti costanti, e diventano rapporti di polinomi in s .



Teorema del valore finale

Questo ci permette una immediata valutazione della risposta ai tempi lunghi del sistema in esame.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

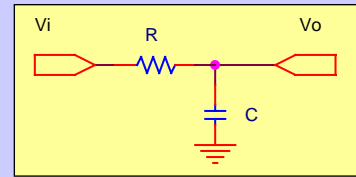
Questo teorema offre anche un collegamento immediato tra quello che succede nel mondo della variabile di Laplace, s , e nel mondo reale



esempino

Scriviamo tensioni e correnti sui nodi

$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad i(t) = \frac{V_i(t) - V_o(t)}{R}$$



Ed otteniamo l'equazione che descrive il problema

$$V_o = \frac{1}{RC} \int [V_i(t) - V_o(t)] dt \quad RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t) - V_i(t) = 0$$

Possiamo trasformarla secondo Laplace

$$RCsV_o(s) + V_o(s) - V_i(s) = 0$$

Ed isolare il quoziente uscita/ingresso

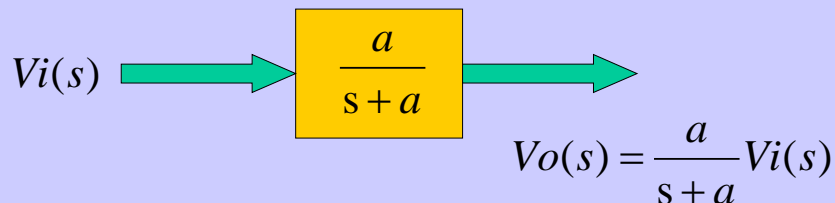
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{a}{s + a}$$



Nell'esempino è stata posta a 0 la carica iniziale del condensatore, che quindi non compare nella equazione trasformata. Il quoziente uscita/ingresso prende il nome di funzione di trasferimento e descrive il comportamento di un blocco funzionale.

Funzione di trasferimento

Il quoziente uscita/ingresso è detto funzione di trasferimento, ed è generalmente espresso nella variabile di Laplace. Questo è un modo utile per indicare l'operazione che un blocco funzionale opera sul segnale:

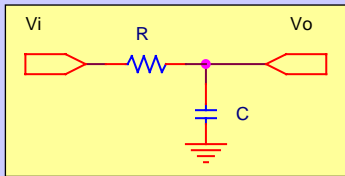


Ancora esempino

Per valutare le funzioni di trasferimento è utile definire le parti con la loro impedenza di Laplace.

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad \Rightarrow \quad V(s) = \frac{1}{sC} I(s) \quad \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{sC}$$

Allora, per il passa basso dell' esempino possiamo usare la formulina del partitore, sostituendo alle impedenze le impedenze trasformate, ed otteniamo:



$$\frac{Z_c}{Z_r + Z_c} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sCR + 1}$$



La descrizione dei componenti con la trasformata di Laplace è un modo efficace per descrivere circuiti complessi con un simbolismo efficace e compatto, basta confrontare l'esempino precedente con l'immagine in questa pagina.

A proposito del valore finale

Applicando

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Alla funzione di
trasferimento

$$F(s) = \frac{1}{sCR + 1}$$

Eccitata con la funzione
gradino di ampiezza V

$$L[\Phi(t)] = \frac{V}{s}$$

Otteniamo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \underset{\text{(eccitata con V)}}{=} \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \frac{V}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V}{sCR + 1} = V$$

Che è quello che ci aspettiamo: il condensatore si porta alla tensione V, e questo non dipende dai valori di R o di C



Questo è un esempio sull'uso del teorema del valore finale. Ci permette di sapere 'come va a finire' in modo istintivo, guardando solo la funzione di trasferimento, e senza bisogno di antitrasformare. In questo caso abbiamo eccitato il passa-basso RC degli esempi con un gradino di ampiezza V (il che equivale a moltiplicare la funzione di trasferimento dell'RC per V/s), e valutare il limite per s che tende a 0.